

შავი ხვრელები

აინშტაინის განტოლება

სივრცის სიმრუდე (მეტრიკული ტენზორი) $\leftarrow$ მასა, ენერგია;

$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

$T_{\mu\nu}$ - ენერგია-იმპულსის ტენზორი;

$g_{\mu\nu}$ - მეტრიკული ტენზორი;

$G_{\mu\nu}$ - აინშტაინის ტენზორი;

Λ - კოსმოლოგიური კონსტანტა;

$R_{\mu\nu}$ - რიჩის სიმრუდის ტენზორი

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu},$$

კომპაქტური ობიექტები:

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu},$$

შავი ხვრელი: *სინგულარული ამონახსნი*

შვარცშილდის მეტრიკა

$$c^2 d\tau^2 = \left(1 - \frac{r_s}{r}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{r_s}{r}} - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)$$

შვარცშილდის რადიუსი: $r_s = \frac{2GM}{c^2}$

დედამიწის შვარცშილდის რადიუსი: 9მმ

ალტერნატიული ფორმა:

$$r = r_1 \left(1 + \frac{GM}{2c^2 r_1}\right)^2$$

$$c^2 d\tau^2 = c^2 dt^2 \left(1 - \frac{GM}{2c^2 r_1}\right)^2 / \left(1 + \frac{GM}{2c^2 r_1}\right)^2 - \left(1 + \frac{GM}{2c^2 r_1}\right)^4 (dx^2 + dy^2 + dz^2)$$

შვარცშილდის მეტრიკა

 $r = r_s$: სინგულარობა?

კოორდინატთა სისტემები

(Eddington–Finkelstein, Kruskal–Szekeres, Novikov)

ლემეტრის კოორდინატები, მეტრიკა (Lemaitre): $c = G = 1$

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r_g}{r}\right) dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{r_g}{r}} - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2),$$

$$\begin{cases} d\tau = dt + \sqrt{\frac{r_g}{r}} \frac{1}{(1 - \frac{r_g}{r})} dr, \\ d\rho = dt + \sqrt{\frac{r}{r_g}} \frac{1}{(1 - \frac{r_g}{r})} dr. \end{cases}$$

$$ds^2 = d\tau^2 - \frac{r_g}{r} d\rho^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)$$

$$r = \left[\frac{3}{2}(\rho - \tau)\right]^{2/3} r_g^{1/3}.$$

კერის მეტრიკა

მბრუნავი შავი ხვრელი: აინშტაინის განტოლების ზუსტი ამონახსნი (1963)

$$c^2 d\tau^2 = \left(1 - \frac{r_s r}{\rho^2}\right) c^2 dt^2 - \frac{\rho^2}{\Delta} dr^2 - \rho^2 d\theta^2 - \left(r^2 + \alpha^2 + \frac{r_s r \alpha^2}{\rho^2} \sin^2 \theta\right) \sin^2 \theta d\phi^2 + \frac{2r_s r \alpha \sin^2 \theta}{\rho^2} c dt d\phi$$

$$r_s = \frac{2GM}{c^2} \quad \alpha = \frac{J}{Mc}$$

$$\rho^2 = r^2 + \alpha^2 \cos^2 \theta$$

$$\Delta = r^2 - r_s r + \alpha^2$$

არარელატივისტური ზღვარი: $M/c^2 \rightarrow 0, r_s \rightarrow 0$

$$c^2 d\tau^2 = c^2 dt^2 - \frac{\rho^2}{r^2 + \alpha^2} dr^2 - \rho^2 d\theta^2 - (r^2 + \alpha^2) \sin^2 \theta d\phi^2$$

$$x = \sqrt{r^2 + \alpha^2} \sin \theta \cos \phi \quad y = \sqrt{r^2 + \alpha^2} \sin \theta \sin \phi \quad z = r \cos \theta$$

ელიფსო-სფერული ორთოგონალურ კოორდინატთა სისტემა
(Oblate Spherical Co-ordinates)

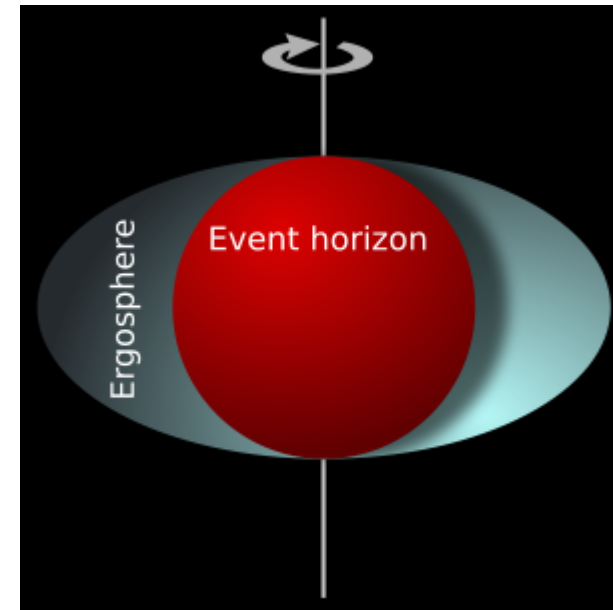
კერის მეტრიკა

სივრცის ტოპოლოგია:

1. მოვლენათა ჰორიზონტი ($g_{rr}=0$);
2. ერგოსფერო ($g_{tt}=0$);

$$r_{inner} = \frac{r_s + \sqrt{r_s^2 - 4\alpha^2}}{2}$$

$$r_{outer} = \frac{r_s + \sqrt{r_s^2 - 4\alpha^2 \cos^2 \theta}}{2}$$



$$\theta = (0, \pi)$$

ერგოსფერო: კუთხური აჩქარება;

პენროუზის პროცესი:

ერგოსფეროდან გამოსხივებით შავი ხვრელის „ბრუნვის“ ენერგიის კარგვა
გამა გამოსხივების გაელვებები? (GRB)

„დამუხტული“ შავი ხვრელი

რაისნერ–ნორდსტრომის მეტრიკა: (Reissner–Nordström, 1918)

$$c^2 d\tau^2 = \left(1 - \frac{r_s}{r} + \frac{r_Q^2}{r^2} \right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{r_s}{r} + \frac{r_Q^2}{r^2}} - r^2 d\Omega^2$$

$$d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2$$

$$r_Q^2 = \frac{Q^2 G}{4\pi\epsilon_0 c^4}$$

Q - შავი ხვრელის ჯამური ელექტრული მუხტი

$$g_{tt} = 1 - \frac{r_s}{r} + \frac{r_Q^2}{r^2} = 0. \quad r_{\pm} = \frac{r_s \pm \sqrt{r_s^2 - 4r_Q^2}}{2}.$$

1. შვარცშილდის რადიუსი;
2. კაუჩის ჰორიზონტი;

ექსტრემალური შავი ხვრელი: $2r_Q = r_s$;

სუპერსიმეტრიები: $2r_Q < r_s$

(პიპოთეტური) მაგნიტური მონოპოლები: $Q^2 \rightarrow Q^2 + P^2$

„დამუხტული“ „მზრუნავი“ შავი ხვრელი

კერ–ნიუმანის მეტრიკა (Kerr-Newman, 1965)

$$c^2 d\tau^2 = - \left(\frac{dr^2}{\Delta} + d\theta^2 \right) \rho^2 + \left(c dt - \alpha \sin^2 \theta d\phi \right)^2 \frac{\Delta}{\rho^2} - \left((r^2 + \alpha^2) d\phi - \alpha c dt \right)^2 \frac{\sin^2 \theta}{\rho^2}$$

$$\alpha = \frac{J}{Mc}$$

$$\rho^2 = r^2 + \alpha^2 \cos^2 \theta$$

$$\Delta = r^2 - \frac{2GM}{c^2} r + \alpha^2 + \left(\frac{GQ^2}{4\pi\epsilon_0 c^4} \right)^2$$

„ელექტრული ვაკუუმის“ ამონახსნი;

კერ–ნიუმანის შავი ხვრელი: $a^2 + Q^2 \leq M^2$.

$$a_e > m_e$$

$$Q_e > m_e$$

ელექტრონი $\neq$ შავი ხვრელი

თეორიული თვისებები

ელექტრომაგნიტური გამოსხივების სიხშრის წითელი წანაცვლება:

- დოპლერის ეფექტი;
- გრავიტაციული წანაცვლება;

$$\frac{\nu}{\nu_r} = \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right)^{1/2}$$

$$r = r_s : \nu = 0 ;$$

შვარცშილდის რადიუსი = მოვლენათა ჰორიზონტი;

$$M = 1 \text{ მზე}; \quad R_N = 10 \text{ კმ}; \quad R_S = 3 \text{ კმ};$$

შავი ხვრელის მაქსიმალური ბრუნვითი მომენტი ($J = MVR$, $V=C$, $R=R_S$)

$$J_{\max} = M c \frac{GM}{C^2} = \frac{GM^2}{c}.$$

დამზერითი თვისებები

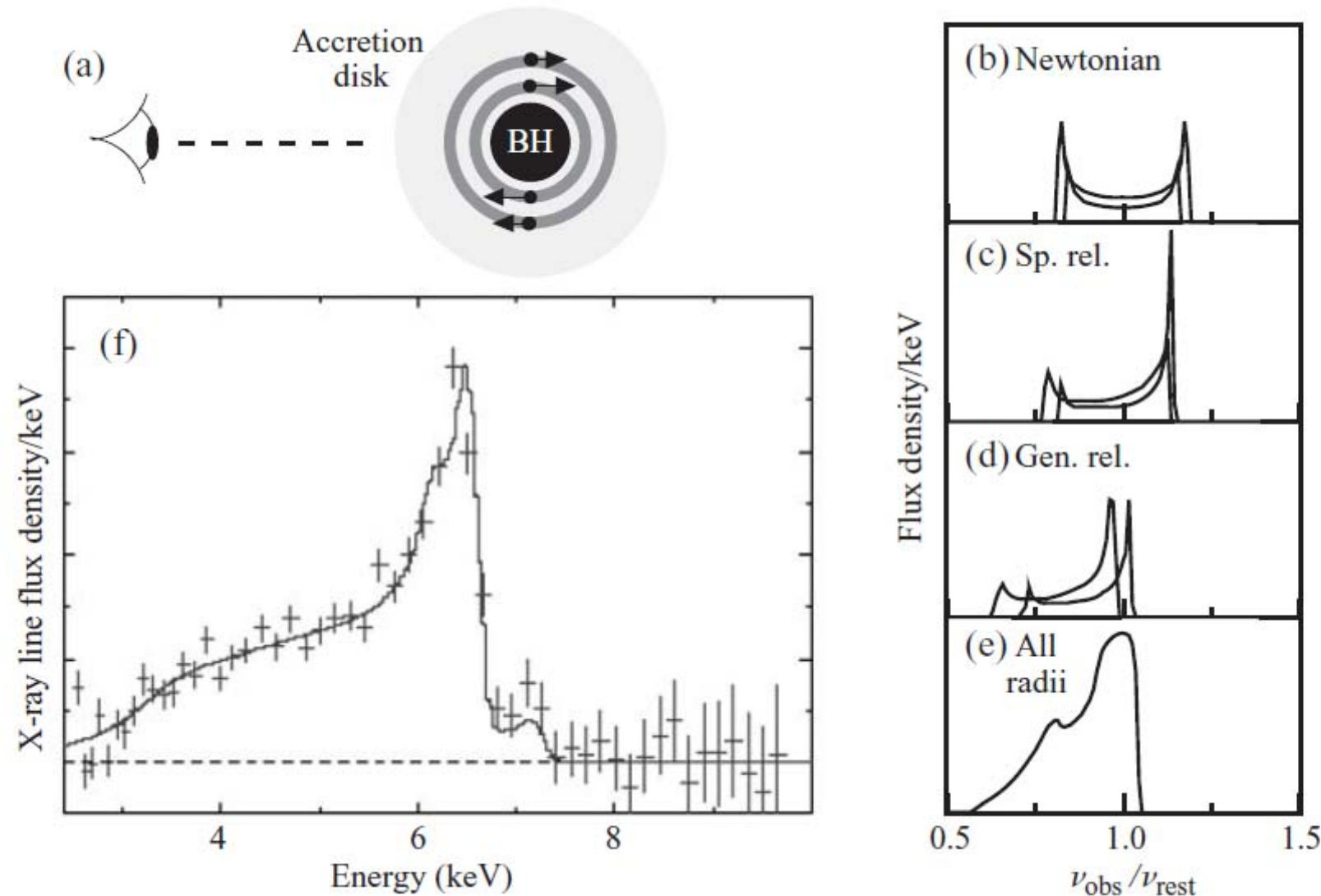
MCG 6-30-15 from the XMM-Newton x-ray observatory

ჯამური სურათი

დოპლერის
წანაცვლება
(კლასიკური)

დოპლერის
წანაცვლება
(რელატივიზმი)

გრავიტაციული
წითელი
წანაცვლება



ჰოკინგის გამოსხივება

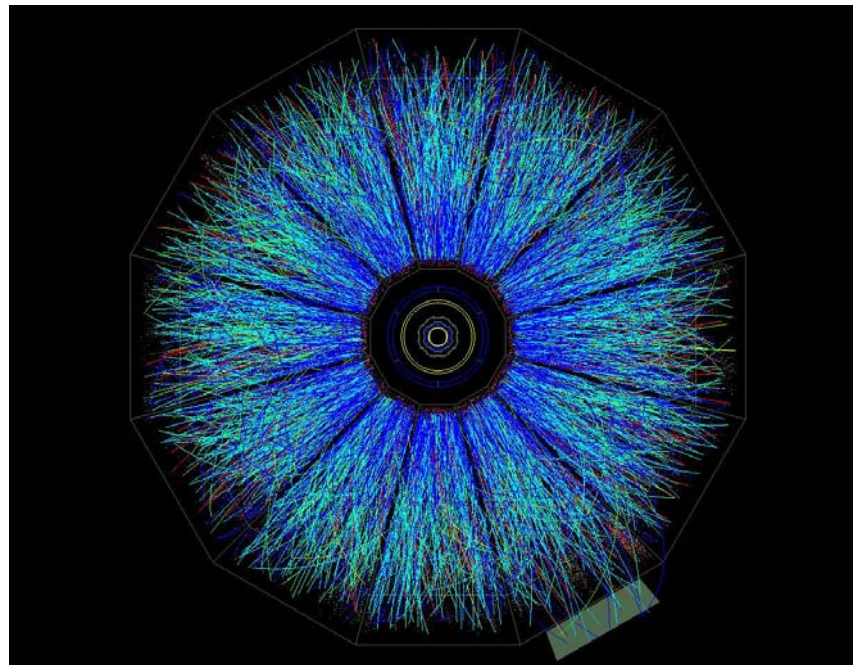
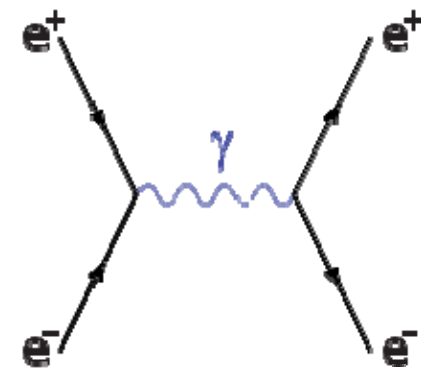
შავი ხვრელის მოვლენათა ჰორიზონტთან ახლოს მყოფი ვაკუუმი:

ვირტუალური ნაწილაკები: (e^+, e^-)

ზემპლავრი გრავიტაციული ველი: *მატერიალიზაცია*

ზელდოვიჩი, სტარობინსკი (1973)

შავი ხვრელის ქვანტური აორთქლების თეორია: ჰოკინგი (1974)



ჰოკინგის გამოსხივება

Bekenstein-Hawking radiation

შავი ხვრელი: *ენტროპია; ტემპერატურა;*

$$T = \frac{\hbar c^3}{8\pi k G M} = 6.1 \times 10^{-8} \left(\frac{M_{\odot}}{M} \right) \text{ K},$$

$$M = 1 \text{ მზე}, \quad T = 10^{-7} \text{ K}$$

$$M = 5 \times 10^{-19} M_{\odot} = 10^{12} \text{ kg}, \quad T \approx 10^{11} \text{ K} \sim 10 \text{ MeV}.$$

გამოსხივების ზედაპირი: შვარცშილდის სფერო;

$$R_S \sim M$$

$$T \sim M^{-1}$$

$$L = 4\pi R_S^2 \sigma T^4 \propto M^2 \times M^{-4} \propto M^{-2}.$$

მასის *შემცირება* იწვევს გამოსხივების სიმძლავრის *ზრდას* !!!

ჰოკინგის გამოსხივება

სრული ენერგიის გამოსხივების მახასიათებელი დრო:

$$\tau_c \sim E / L$$

$$E = MC^2, \quad L \sim M^{-2},$$

$$\tau_c \sim M^3$$

ქვანტური აორთქლების მახასიათებელი დრო:

$$\tau_c = 1.4 \times 10^{10} \left(\frac{M}{5 \times 10^{11} \text{ kg}} \right)^3 \text{ yr.}$$

აორთქლება: მასა მცირდება; ტემპერატურა მატულობს;

უკანასკნელი 0.1წამი: $T = 10^{12} \text{ K}$ (?)

ფოტონები სპონტანურად წარმოშობენ პი მეზონებს, წნევა მატულობს,

შავი ხვრელი – ფეთქდება (?)

ჰოკინგის გამოსხივება

სამყაროს თანამედროვე შავი ხვრელი:

$$M = 10^{15} \text{ კგ}$$

$$t = 10^{10} \text{ წ.}$$

მინი შავი ხვრელები:

$$t \ll 10^{10} \text{ წ.}$$

აორთქლდნენ სამყაროს ადრეული ევოლუციის ეტაპებზე;

ქვანტური (აორთქლების) ნათება > თერმობირთვული ენერგიის გამოსხივება

თეთრი ხვრელები (?)

შავი ხვრელის ევოლუციის საბოლოო ეტაპი: გამა გამოსხივების გაელვება (?)

მასშტაბები

ცენტრალური „სინგულარობა“: ქვანტური ეფექტები

შვარცშილდის რადიუსი = კომპტონის სიგრძე : $\frac{Gm}{C^2} = \frac{\hbar}{mc}$

პლანკის შავი ხვრელის მასა: $m_P = \left(\frac{\hbar c}{G}\right)^{1/2} = 2.2 \times 10^{-8} \text{ kg}.$

პლანკის ზომა: $\ell_P = \frac{\hbar}{m_P c} = \left(\frac{\hbar G}{c^3}\right)^{1/2} = 1.6 \times 10^{-35} \text{ m}.$

პლანკის მასის სიმკვრივე: $\rho_P = \frac{m_P}{\ell_P^3} = \frac{c^5}{\hbar G^2} = 5.2 \times 10^{96} \text{ kg/m}^3.$

პლანკის ენერგიის სიმკვრივე: $u_P = \rho_P c^2 = \frac{c^7}{\hbar G^2} = 4.6 \times 10^{113} \text{ J/m}^3.$

პლანკის დრო: $t_P = \frac{\ell_P}{c} = \left(\frac{\hbar G}{c^5}\right)^{1/2} = 5.4 \times 10^{-44} \text{ s}.$

თანამედროვე ფიზიკის
საზღვრები