

თვითგრავიტირებადი დინებები

გრავიტაციული ფრაგმენტაცია

საწყისი მატერიის გრავიტაციული ფრაგმენტაციის პირობა:

$$E_K \leq |E_P|$$

$$\frac{1}{2}mv^2 \leq \frac{GMm}{R}$$

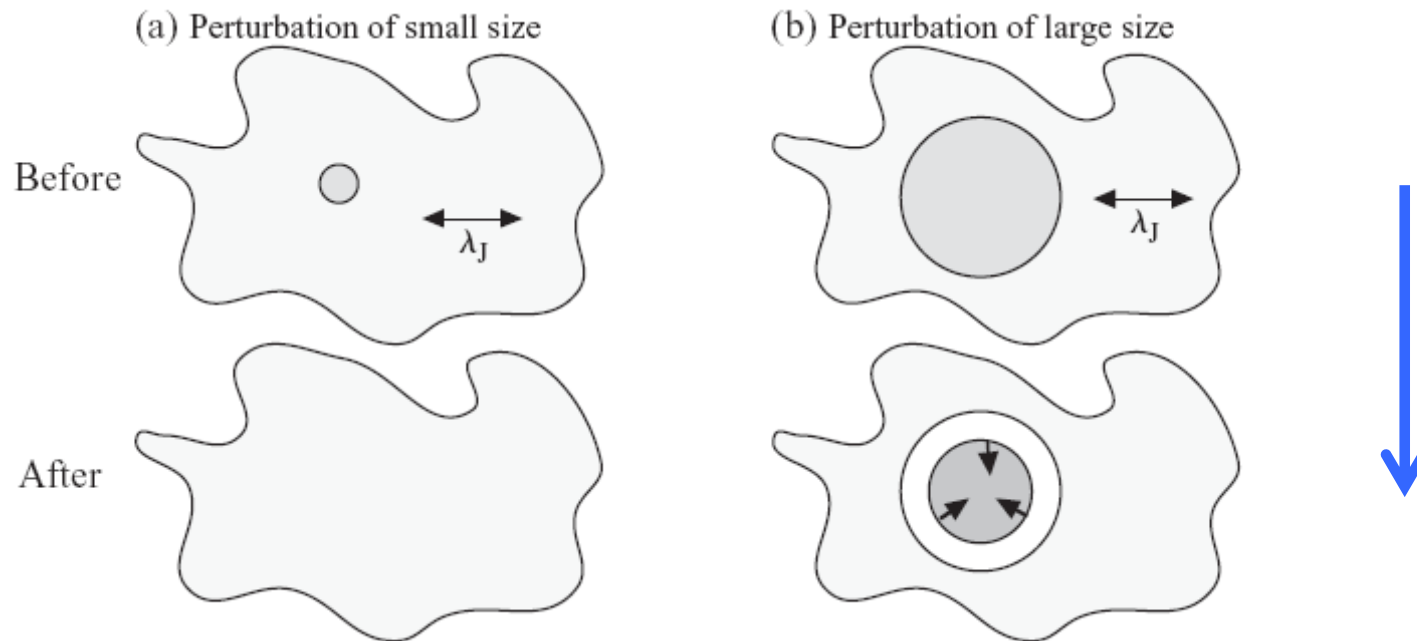
$$M \sim \rho R^3 \quad v^2 \leq GR^2 \rho$$

$$R \geq \frac{v}{(G\rho)^{1/2}}$$

R_c – კრიტიკული რადიუსი (ჯინსის რადიუსი)

M_c – კრიტიკული მასა (ჯინსის მასა)

გრავიტაციული ფრაგმენტაცია



დიდი ზომის შეშფოთებების ფრაგმენტაცია: *ჯინსის რადიუსი*

გრავიტაციული ფრაგმენტაცია მახასიათებელი დრო

თავისუფალი ვარდნის აჩქარება:

$$a = \frac{GM}{R^2}$$

$$R = \frac{a\Delta t^2}{2}$$

ვარდნის მახასიათებელი დრო:

$$\Delta t \sim \left(\frac{R}{a}\right)^{1/2} \sim \left(\frac{R^3}{GM}\right)^{1/2}$$

$$\Delta t \sim (G\rho)^{-1/2}$$

მზის საშუალო სიმკვრივე: 1400 კგ/მ^3 . $T_{\text{მზე}} \sim 55$ წუთი
მზის ბირთვის კოლაფსის მახასიათებელი დრო: 20 წუთი.

თეთრი ჯუჯა: 3.3 წამი, პულსარი: 0.4 მილი წამი

წრფივ შემფოთებათა მდგრადობა

სპექტრალური გაშლა:

$$\psi(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi(\mathbf{k}, \omega) \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r} - i\omega t) d\mathbf{k} d\omega$$

დისპერსიული განტოლება:
ამონახსნი: ამოცანის სპექტრი

$$\omega^2 = \omega^2(\mathbf{k})$$

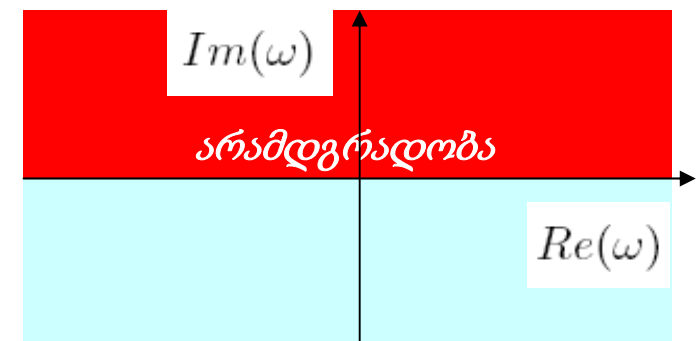
$$\omega = \text{Re}(\omega) + i\text{Im}(\omega)$$

დროითი ევოლუცია:

$$\psi(t) \sim e^{-i\omega t} \sim e^{-i\text{Re}(\omega)t} e^{\text{Im}(\omega)t} \sim [\cos(\text{Re}(\omega)t) + i \sin \text{Re}(\omega)t] e^{\sigma t}$$

$$\psi(t) \sim \cos(\Omega t + \phi_0) e^{\sigma t}$$

დროითი ზრდის ინკრიმენტი (growth rate): $\sigma = \text{Im}(\omega)$



გრავიტაციული ფრაგმენტაცია: ჯინსის არამდგრადობა

უწყვეტობის და მოძრაობის განტოლებები:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho}{\partial t} + (\mathbf{V} \nabla) \rho + \rho (\nabla \mathbf{V}) &= 0 \\ \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \nabla) \mathbf{V} &= -\frac{\nabla P}{\rho} - \nabla \Phi\end{aligned}$$

წონასწორული და შემფოთებული ნაწილები:

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_0 + \mathbf{v}' \quad , \quad \rho = \rho_0 + \rho' \quad , \quad P = P_0 + p'$$

წონასწორობა: *სტაციონალური, ერთგვაროვანი.*

წრფივ შემფოთებათა დინამიკა:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 (\nabla \mathbf{v}') &= 0 \\ \frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial t} &= -\frac{\nabla p'}{\rho_0} - \nabla \Phi'\end{aligned}$$

გრავ. პოტენციალის წრფივი შემფოთება (ჯინსის მიახლოება)
ადიაბატური კუმშვა

$$\begin{aligned}\Delta \Phi' &= 4\pi G \rho' \\ P' &= c_s^2 \rho'\end{aligned}$$

გრავიტაციული ფრაგმენტაცია: ჯინსის არამდგრადობა

სპექტრალური გამლა:

$$\begin{aligned} -i\omega\varrho' + \rho_0\mathbf{k}\mathbf{v}' &= 0 \\ -i\omega\mathbf{v}' &= -\frac{i\mathbf{k}p'}{\rho_0} - i\mathbf{k}\Phi' \\ -k^2\Phi' &= 4\pi G\varrho' \end{aligned}$$

დისპერსია:

$$\omega^2 = c_s^2 k^2 - 4\pi G\rho$$

$$\omega_G^2 \equiv 4\pi G\rho$$

არამდგრადობის პირობა:

$$\omega^2 < 0 : \quad k^2 < \frac{\omega_G^2}{c_s^2}$$

ჯინსის მასა და რადიუსი

$$\lambda_J^2 = \frac{\pi c_s^2}{G\rho}.$$

$$M_J = \left(\frac{\pi}{G}\right)^{3/2} \frac{c_s^3}{\rho^{1/2}}.$$

იზოთერმული თვითგრავიტირებადი თხელი ფენა

წონასწორული ფენა

$$\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dz} + \frac{d\Phi}{dz} = 0.$$

სიმკვრივის აერაერთგვაროვანი განაწილება

$$\rho(z) = \rho_0 \operatorname{sech}^2(z/H),$$

მდგრადობის განტოლება ვერტიკალური კოორდინატისათვის

$$W = \frac{p'}{\rho}.$$

$$\frac{d^2 W}{dz^2} + \left(\frac{4\pi G \rho(z)}{c_s^2} - k^2 \right) W = 0,$$

მზრუნავი გარემოს გრავიტაციული მდგრადობა

მყარტანოვანი ბრუნვა;
დერძულად სიმეტრიული შეშფოთებები;

წრფივი მდგრადობის ანალიზი;

ტუმრის პარამეტრი

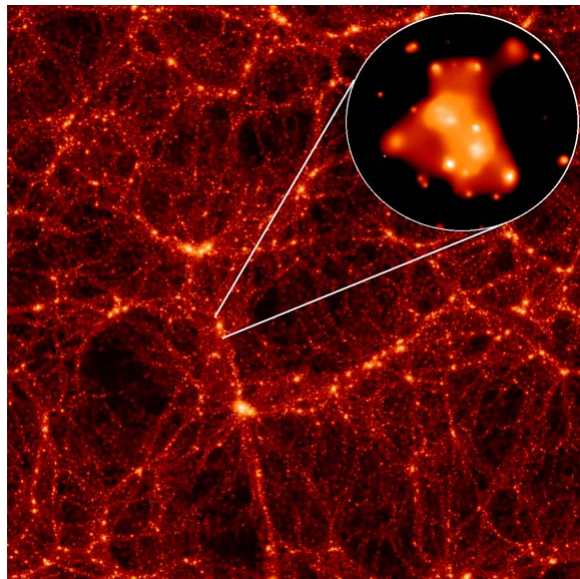
$$Q = \frac{\kappa C_s}{\pi G \Sigma}$$

ეპიცკლური სიხშირე: $\kappa^2 = 4\Omega^2$

გრავიტო-ბრუნვითი არამდგრადობის კრიტერიუმი: $Q < 1$

გრავიტაციულად შემოსაზღვრული ობიექტები

გრავიტაციული ფრაგმენტაცია: იერარქიული პროცესი



ადრეული სამყაროს მატერია



გალაქტიკების კლასტერები



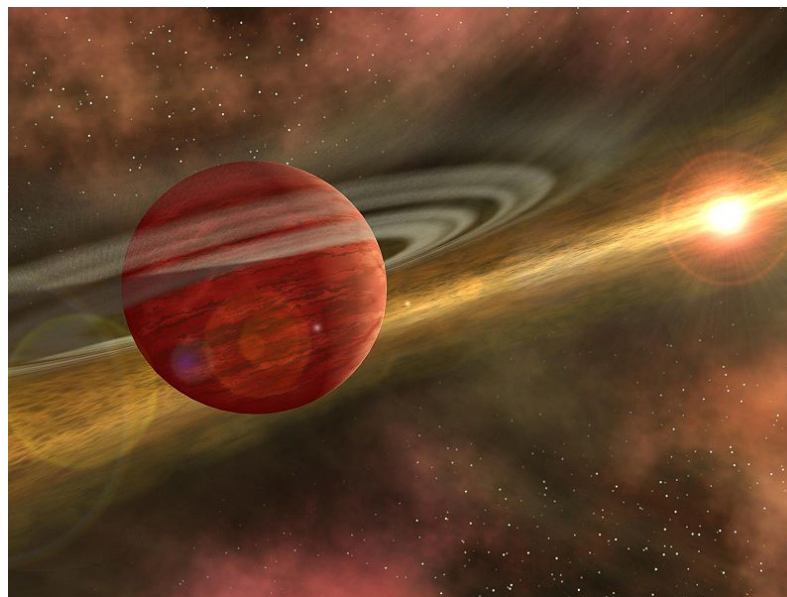
გალაქტიკები



ვარსკვლავები



გიგანტი პლანეტები ?



Star-Birth Clouds • M16

HST • WFPC2

PRC95-44b • ST ScI OPO • November 2, 1995
J. Hester and P. Scowen (AZ State Univ., NASA)

გრავიტაციულად შემოსაზღვრული ობიექტები

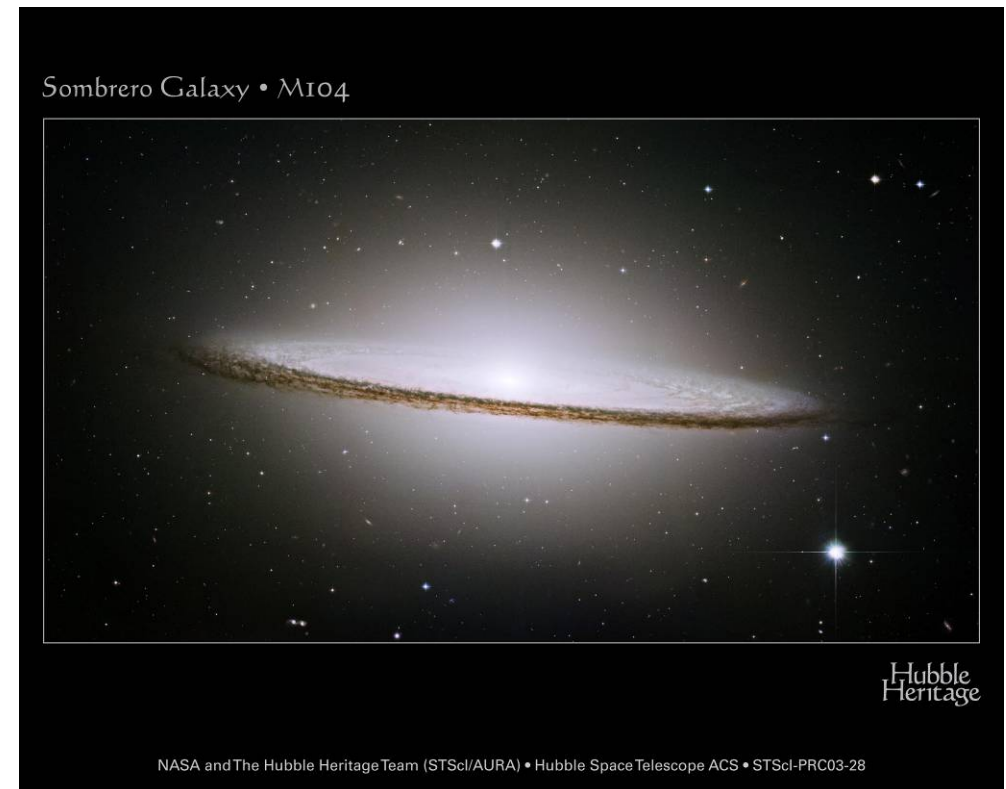
გალაქტიკები

თხელი დისკისებრი თვითგრავიტირებადი
მბრუნავი დინებები

Sombrero Galaxy (M104)

ზომა: 6M ს.წ.
60 ირმის ნახტომი

Barred Spiral Galaxy NGC 1300 (0.1M ს.წ.)

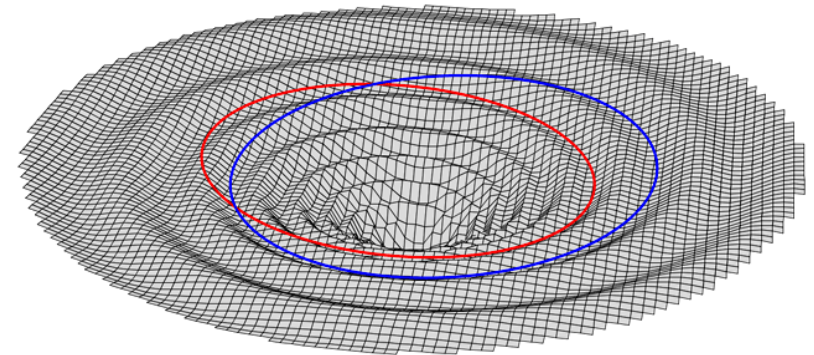
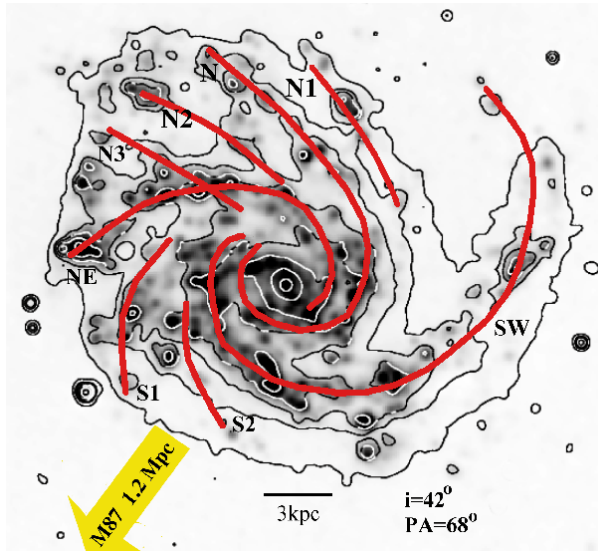


გრავიტაციული კლასტერიზაცია

კუმშვადი სპირალური ტალღა:
ვარსკვლავების ანთება

გრავიტაციულად შემოსაზღვრული ობიექტები

სპირალური გალაქტიკის გრავ. პოტენციალის ველი



არაწესიერი სპირალები:

არა-დერძულად სიმეტრიული
სპირალური ტალღები

ატმოსფერული ანალოგი:
კუმშვადი ტალღები ტენიან
(ნაჯერობასთან ახლო) ატმოსფეროში



გრავიტაციულად შემოსაზღვრული ობიექტები

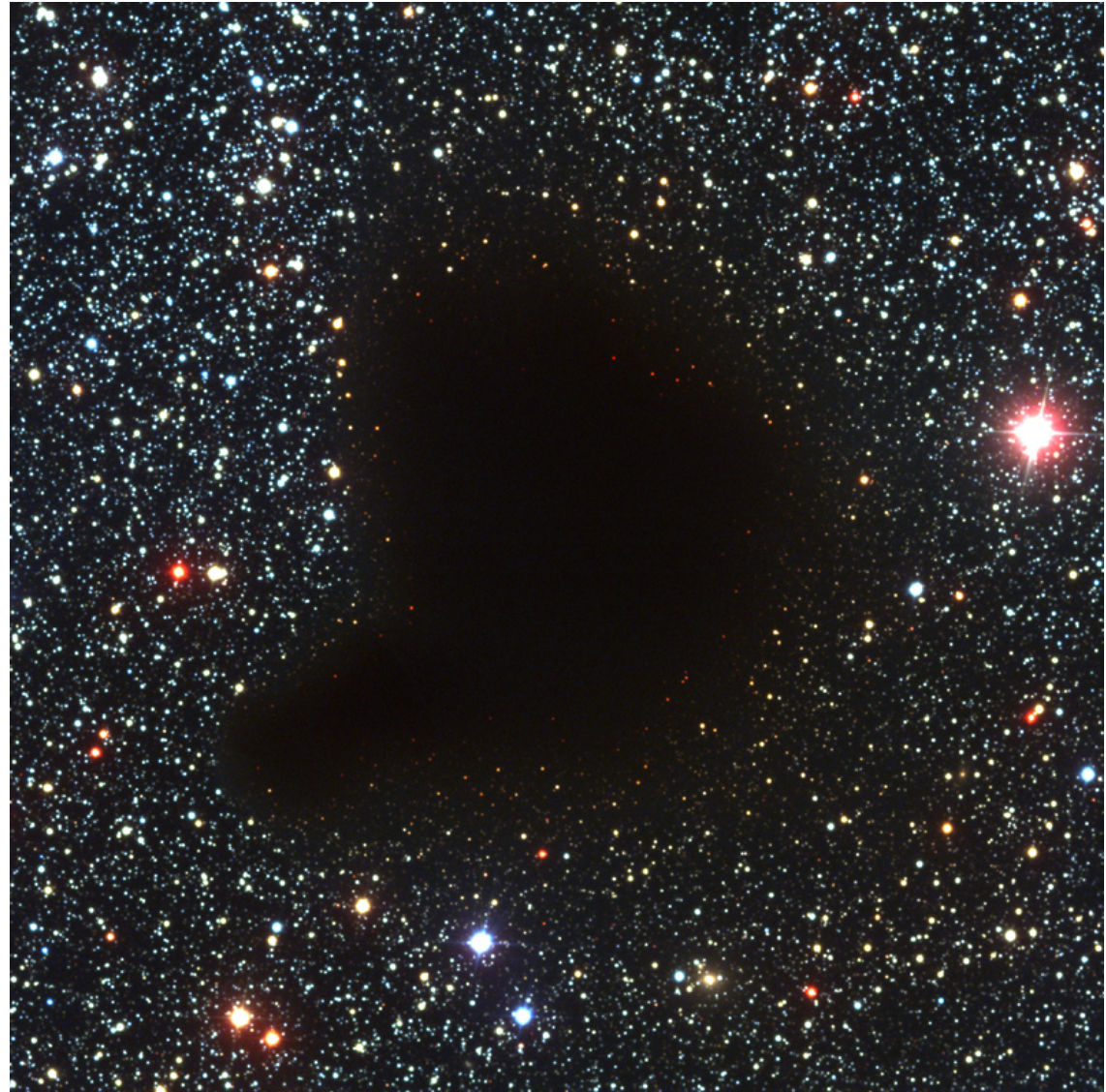
მოლეკულური ღრუბელი

Barnard-68

მანძილი: 500 ს.წ. (153 pc)

მასა: 2 მზე

ზომა: 0.5 ს.წ. (0.15 pc)



გრავიტაციულად შემოსაზღვრული ობიექტები

პროტოპლანეტური დისკები

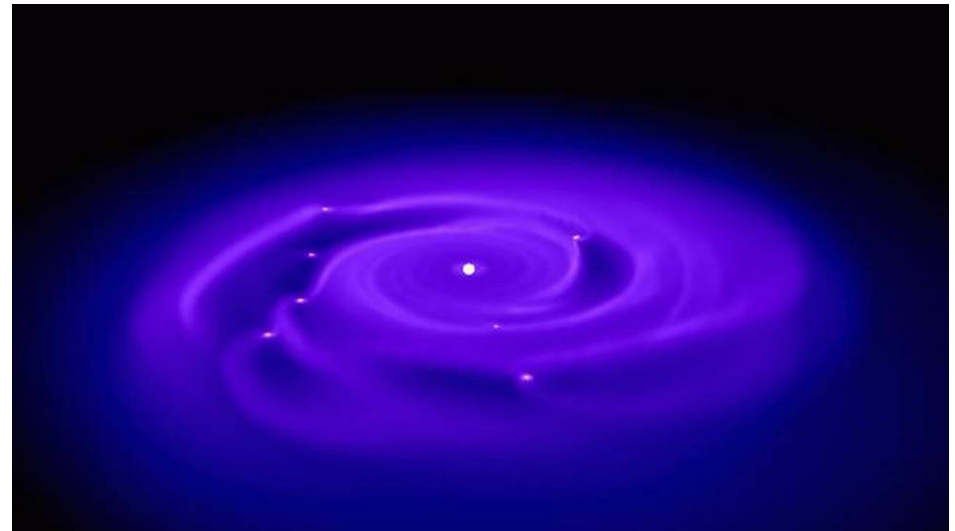
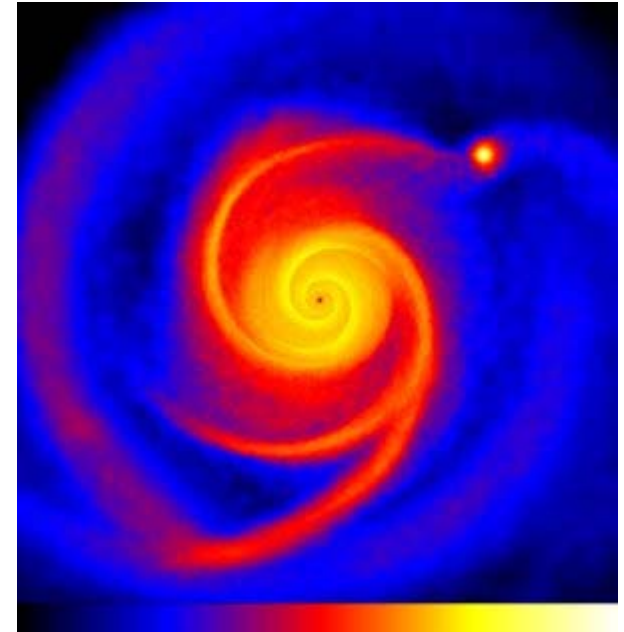
პლანეტების წარმოშობა

ერთ–ერთი მექანიზმი: თვითგრავიტაცია

რიცხვითი მოდელირების შედეგები

გრავ. კლასტერიზაცია დაიკვირვება
დიდ რადიუსებზე (ცივი გარემო)

ტუმრის პარამეტრის ეფექტი



ამოცანები

9.5.3 A large spherical cloud of gas of radius R_0 is centred at the origin and has uniform density ρ_{00} and zero pressure. At time $t = 0$ it begins to collapse from rest under its own gravity. At time t the velocity field within the cloud may be written as follows:

$$\mathbf{u}_0(\mathbf{r}, t) = \mathbf{r} \left[\frac{\dot{R}(t)}{R(t)} \right], \quad (9.59)$$

where $R(t)$ is the cloud radius and $\mathbf{r}$ is the radius vector from the origin. Show that the density remains uniform and that at time t it is given by

$$\rho_0(t) = \rho_{00} [R_0/R(t)]^3. \quad (9.60)$$

Show that the gravitational force within the cloud is given by

$$\mathbf{g} = -\mathbf{r} \left[\frac{4}{3} \pi G \rho_0(t) \right] \quad (9.61)$$

132

Gravitational instability

and hence that

$$R^2 \ddot{R} = -\frac{4}{3} \pi G \rho_{00} R_0^3. \quad (9.62)$$

Show that the collapse is described implicitly by

$$R = \frac{1}{2} R_0 (1 + \cos \phi) \quad (9.63)$$

and

$$Ct = \frac{1}{2} R_0 (\phi + \sin \phi), \quad (9.64)$$

where

$$C^2 = \frac{8}{3} \pi G \rho_{00} R_0^2. \quad (9.65)$$

As the cloud collapses (still with zero pressure) it is subject to small perturbations. Ignoring the effects of the cloud boundaries (or assuming the cloud is infinitely large), we assume that the perturbations take the form

$$\rho(\mathbf{r}, t) = \rho_0(t) + \rho'(\mathbf{r}, t), \quad (9.66)$$

with

$$\rho'(\mathbf{r}, t) = \rho_1(t) \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \quad (9.67)$$

and where

$$\mathbf{k}(t) = \frac{\mathbf{q}}{R(t)} \quad (9.68)$$

and $\mathbf{q}$ is independent of t . Explain briefly the physical motivation for such an assumption.

Using this assumption, show that the equation of mass conservation implies

$$\dot{\rho}_1 + 3\rho_1 \frac{\dot{R}}{R} + i \frac{\rho_0}{R} \mathbf{q} \cdot \mathbf{u}_1 = 0, \quad (9.69)$$

where $\mathbf{u}_1(t)$ is the analogous velocity perturbation.

Similarly, show that

$$\dot{\mathbf{u}}_1 + \frac{\dot{R}}{R} \mathbf{u}_1 = -i \frac{\mathbf{q}}{R} \Phi_1, \quad (9.70)$$

where Φ_1 is the analogous perturbation to the gravitational potential, and that

$$-\frac{q^2}{R^2} \Phi_1 = 4\pi G \rho_1. \quad (9.71)$$

Hence show that for compressive modes the fractional density perturbation, defined by $\delta(t) = \rho_1(t)/\rho_0(t)$, satisfies the following equation:

$$\ddot{\delta} + \frac{2\dot{R}}{R} \dot{\delta} - 4\pi G \rho_0(t) \delta = 0. \quad (9.72)$$

Show that one solution of this equation is given implicitly by

$$\delta(\phi) = \frac{\sin \phi}{(1 + \cos \phi)^2}. \quad (9.73)$$

By considering the behaviour of the solutions as $R \rightarrow 0$, i.e. as $\phi \rightarrow \pi$, or otherwise, show that this is the only growing solution as the collapse proceeds. (See Coles & Lucchin (1995) and Weinberg (1972).)

ლიტერატურა

ძირითადი

J. Pringle, A. King, “Astrophysical Flows”, 2007

Chapter 9: “Gravitational instability”, გვ. 123-133

Chapter 12: “Circular shear flow”, Subsection 12.4, გვ. 172–177

დამატებითი

S. Shore, “Astrophysical Hydrodynamics”, 2007

Chapter 9: “Instabilities”, Subsections 9.2.1-9.2.5. გვ. 317-322

H. Bradt, “Astrophysics Processes”, 2008

Chapter 2: “Equilibrium in Stars”, Subsection 2.2-2.4, გვ. 49-59

F. Shu, “The Physics of Astrophysics II: Gas Dynamics”, 1992

Chapter 5: “Equilibria of Self-Gravitating Spherical Masses”, გვ. 54-63

Chapter 8: “Fluid Instabilities: Gravitational Instability”, გვ. 110-112