

November 30, 2012

ელექტრომაგნეტიზმის თეორია
საღეჭციო მასალები
ა. თევზაძე

ლექცია 1.

1.1 ვექტორული ოპერატორები მართკუთხა კოორდინატთა სისტემებში

ვექტორული ოპერატორი ნაბლა:

$$\nabla \equiv \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) .$$

გრადიენტი: ნაბლა მოქმედებს სკალარზე ϕ და ვიღებთ ვექტორს $\text{grad}(\phi)$:

$$\text{grad}(\phi) \equiv (\nabla \phi) = \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}, \frac{\partial \phi}{\partial y}, \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) .$$

დივერგენცია: ნაბლას $\mathbf{A}$ ვექტორზე სკალარული ნამრავლი გვაძლევს სკალარს $\text{div}(\mathbf{A})$:

$$\text{div}(\mathbf{A}) \equiv (\nabla \cdot \mathbf{A}) = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} .$$

როტორი: ნაბლას $\mathbf{A}$ ვექტორზე ვექტორული ნამრავლი გვაძლევს ვექტორს $\text{rot}(\mathbf{A})$:

$$\text{rot}(\mathbf{A}) \equiv [\nabla \times \mathbf{A}] .$$

$$A_x = \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} ,$$

$$A_y = \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} ,$$

$$A_z = \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} ,$$

ლაპლასიანი:

$$\Delta \equiv (\nabla \cdot \nabla) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} .$$

ზოგიერთი თვისება:

$$\text{div}(\text{grad}(\phi)) = \Delta(\phi) .$$

$$\text{div}(\text{rot}(\mathbf{A})) = 0 .$$

1.2 ვექტორული ოპერატორები არამართკუთხა კოორდინატთა სისტემებში

ცილინდრულ კოორდინატთა სისტემა (r, φ, z) :

$$x = r \cos(\varphi) , \quad y = r \sin(\varphi) , \quad z = z .$$

ვექტორული ოპერაციები ცილინდრულ კოორდინატთა სისტემაში:

$$\text{grad}(\phi) = \left(\frac{\partial \phi}{\partial r} , \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \varphi} , \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) .$$

$$\text{div}(\mathbf{A}) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} (A_\varphi) + \frac{\partial}{\partial z} (A_z) .$$

$$\text{rot}(\mathbf{A})_r = \frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} ,$$

$$\text{rot}(\mathbf{A})_\varphi = \frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} ,$$

$$\text{rot}(\mathbf{A})_z = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_\varphi) - \frac{1}{r} \frac{\partial A_r}{\partial \varphi} .$$

ლაპლასიანი:

$$\Delta \phi = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} .$$

სფერულ კოორდინატთა სისტემა (r, φ, θ) :

$$x = r \cos(\varphi) \sin(\theta) , \quad y = r \sin(\varphi) \sin(\theta) , \quad z = r \cos(\theta) .$$

ვექტორული ოპერაციები სფერულ კოორდინატთა სისტემაში:

$$\text{grad}(\phi) = \left(\frac{\partial \phi}{\partial r} , \frac{1}{r \sin(\theta)} \frac{\partial \phi}{\partial \varphi} , \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right) .$$

$$\text{div}(\mathbf{A}) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_r) + \frac{1}{r \sin(\theta)} \frac{\partial}{\partial \varphi} (A_\varphi) + \frac{1}{r \sin(\theta)} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin(\theta) A_\theta) .$$

$$\text{rot}(\mathbf{A})_r = \frac{1}{r \sin(\theta)} \left(\frac{\partial}{\partial \theta} (\sin(\theta) A_\varphi) - \frac{\partial A_\theta}{\partial \varphi} \right) ,$$

$$\text{rot}(\mathbf{A})_\varphi = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) - \frac{1}{r} \frac{\partial A_r}{\partial \theta} ,$$

$$\text{rot}(\mathbf{A})_\theta = \frac{1}{r \sin(\theta)} \frac{\partial A_r}{\partial \varphi} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_\varphi) .$$

ლაპლასიანი:

$$\Delta \phi = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2(\theta)} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{r^2 \sin(\theta)} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin(\theta) \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right) .$$

1.3 ტენზორული აღრიცხვის ელემენტები

მეორე რანგის ტენზორი C_{ik} :

$$C_{ik} = \begin{pmatrix} C_{11}, C_{12}, C_{13} \\ C_{21}, C_{22}, C_{23} \\ C_{31}, C_{32}, C_{33} \end{pmatrix} .$$

სკალარი შეიძლება განვიხილოთ როგორც ნულოვანი რანგის ტენზორი, ხოლო ვექტორი $\mathbf{A} = (A_x, A_y, A_z)$ როგორც პირველი რანგის ტენზორი A_i ($i = 1, 2, 3$).

ორი ტენზორის გამრავლებისას განმეორებადი ინდექსი (ე.წ. მუხჯი ინდექსი) იჯამება.

$$A_i B_i \equiv \sum_{i=1}^3 A_i B_i .$$

ამიტომაც მომავალში ყველგან:

$$A_i B_i = A_1 B_1 + A_2 B_2 + A_3 B_3 ,$$

სადაც, მაგალითად დეკარტის კოორდინატთა სისტემაში $A_1 = A_x$, $A_2 = A_y$ და $A_3 = A_z$.

კრონეკერის სიმბოლო δ_{ik} :

$$\delta_{ik} = \begin{cases} 1 & : i = k \\ 0 & : i \neq k \end{cases}$$

ზოგიერთი თვისება:

$$\delta_{ii} = \delta_{11} + \delta_{22} + \delta_{33} = 3 .$$

$$\delta_{ik} A_k = A_i .$$

სიმეტრიული ტენზორი: $a_{ik} = a_{ki}$. ანტისიმეტრიული ტენზორი: $a_{ik} = -a_{ki}$.

აბსოლუტურად ანტისიმეტრიული ერთეულოვანი ტენზორი ϵ_{ijk} (ლევო-ჩივიტას სიმბოლო):

$$\epsilon_{ijk} = \begin{cases} 0 & : (i = j), (i = k), (j = k) \\ 1 & : (i, j, k) = (1, 2, 3), (3, 1, 2), (2, 1, 1) \\ -1 & : (i, j, k) = (1, 3, 2), (3, 2, 1), (2, 1, 3) \end{cases}$$

გამოთვლის წესი: $\epsilon_{123} = 1$, ხოლო ნებისმიერი ორი ინდექსის გადასმისას ტენზორი იცვლის ნიშანს. მაგალითად $\epsilon_{123} = -\epsilon_{213}$.

ϵ_{ijk} ტენზორის ზოგიერთი თვისება:

$$\epsilon_{ikl} \epsilon_{ikl} = 6 ,$$

$$\epsilon_{ikl} \epsilon_{klm} = 2\delta_{im} ,$$

$$\epsilon_{ikl} \epsilon_{lmn} = \delta_{im} \delta_{kn} - \delta_{in} \delta_{km} ,$$

$$\delta_{ij} \epsilon_{ijk} = \delta_{jk} \epsilon_{ijk} = \delta_{ik} \epsilon_{ijk} = 0 .$$

ოპერაციები ვექტორებზე:

$$\begin{aligned}\alpha \mathbf{A} &= \alpha A_i , \\ (\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}) &= A_i B_i , \\ [\mathbf{A} \times \mathbf{B}] &= \epsilon_{ijk} A_j B_k .\end{aligned}$$

ვექტორული ოპერატორების ტენზორული ფორმა:

$$\begin{aligned}\nabla &= \frac{\partial}{\partial x_i} , \\ \text{grad}(\phi) &= \nabla \phi = \frac{\partial \phi}{\partial x_i} , \\ \text{div}(\mathbf{A}) &= (\nabla \cdot \mathbf{A}) = \frac{\partial A_i}{\partial x_i} , \\ \text{rot}(\mathbf{A}) &= \nabla \times \mathbf{A} = \epsilon_{ijk} \frac{\partial A_k}{\partial x_j} , \\ \Delta \phi &= \nabla \cdot \nabla \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_i \partial x_i} .\end{aligned}$$

მაგალითი 1.1. გამოითვალეთ $\text{div}(\alpha \mathbf{A})$.

$$\text{div}(\alpha \mathbf{A}) = \frac{\partial}{\partial x_i} (\alpha A_i) = \alpha \frac{\partial A_i}{\partial x_i} + A_i \frac{\partial \alpha}{\partial x_i} = \alpha \text{div}(\mathbf{A}) + \mathbf{A} \cdot \text{grad}(\alpha) .$$

მაგალითი 1.2. გამოითვალეთ $\text{div}(\mathbf{A} \times \mathbf{B})$.

$$\begin{aligned}\text{div}(\mathbf{A} \times \mathbf{B}) &= \frac{\partial}{\partial x_i} (\mathbf{A} \times \mathbf{B})_i = \frac{\partial}{\partial x_i} \epsilon_{ijk} A_j B_k = \epsilon_{ijk} \frac{\partial}{\partial x_i} (A_j B_k) = \epsilon_{ijk} \left(A_j \frac{\partial}{\partial x_i} B_k + B_k \frac{\partial}{\partial x_i} A_j \right) = \\ &= A_j \epsilon_{ijk} \frac{\partial}{\partial x_i} B_k + B_k \epsilon_{ijk} \frac{\partial}{\partial x_i} A_j = -A_j \epsilon_{jik} \frac{\partial}{\partial x_i} B_k + B_k \epsilon_{kij} \frac{\partial}{\partial x_i} A_j = -A_j \text{rot}(\mathbf{B})_j + B_k \text{rot}(\mathbf{A})_k = \\ &= \mathbf{B} \cdot \text{rot}(\mathbf{A}) - \mathbf{A} \cdot \text{rot}(\mathbf{B}) .\end{aligned}$$

$\vec{E}$ - լարվածության ձև

$\vec{F}$ - շնչված շարժման ձև

q - շնչված.

$$\vec{F} = q \vec{E}$$

Մաթեմատիկական ձևեր

$$|F| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}$$

ϵ_0 - լարվածության շնչված ($= 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{գ շնչված}}{\text{Վ շնչված}} \cdot \text{մ} \cdot \text{ս} \cdot \text{ս} \cdot \text{ս}$)

Գծային էլեկտրական շնչված ձև

$q_1, \vec{x}_1$

$$E(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1}{|\vec{x} - \vec{x}_1|^2} \frac{(\vec{x} - \vec{x}_1)}{|\vec{x} - \vec{x}_1|}$$

$\vec{r} \equiv \vec{x} - \vec{x}_1$

$$E(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} \quad / \quad \frac{\vec{r}}{r} \equiv \vec{e}_r$$

Ելակետային շնչված $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N q_i \frac{\vec{x} - \vec{x}_i}{|\vec{x} - \vec{x}_i|^3} \quad (\text{Ելակետային շնչված})$$

$$\vec{E}(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \rho(\vec{x}') \frac{\vec{x} - \vec{x}'}{|\vec{x} - \vec{x}'|^3} d^3 \vec{x}'$$

$$\begin{cases} \vec{x}' \equiv (x', y', z') \\ d^3 \vec{x}' \equiv dx' dy' dz' \end{cases}$$

ელექტრული ველის ატომის ელექტრული ველი.

ფორმულა გვაქვს:

$$\oint_S \vec{E} d\vec{a} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

q - ველი S ზედაპირის შიგნით.

ველის უწყვეტი განაწილება:

$$q = \int_V \rho(\vec{x}) d^3x = dV = dx dy dz$$

$$\oint_S \vec{E} d\vec{a} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho(\vec{x}) d^3x$$

$$\int_V \text{div } \vec{E} dV = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV$$

ელექტროსტატიკური ველის განაწილება:

$$\boxed{\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

სტატიკის აკრძალვა

3.

ელექტროსტატიკური ველის ცხადყოფის ნებისმიერ გზაზე
ინტეგრალი ნულს:

$$\oint_C \vec{E} d\vec{\ell} = 0$$

$$\oint_C \vec{E} d\vec{\ell} = \int_S \text{rot } \vec{E} d\vec{S} = 0$$

სტატიკის აკრძალვის დიფერენციალური ვარიანტი:

$$\boxed{\text{rot } \vec{E} = 0}$$

ელექტრული ველის პოტენციალი

სკალარული პოტენციალი:

$$\boxed{\vec{E} = -\nabla \Phi}$$

პუნქტის უწყვეტი განმარტება:

$$\Phi(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\vec{x}')}{|\vec{x} - \vec{x}'|} d^3x'$$

გაერტოვანი პუნქტისთვის:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} \quad (r = |\vec{x} - \vec{x}'|)$$

A წერტილიდან B წერტილში მუხის გადაადგილებისას შესრულებულ მუშაზე:

$$W = (L_A - L_B) \cdot F$$

მუდმივი ძალა, ხსენებული გადაადგილება.

ზოგად შემთხვევაში:

$$W = - \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

$$| \quad \vec{F} = q\vec{E}$$

$$W = -q \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$$

$$| \quad \vec{E} = -\nabla\Phi$$

$$W = q \int_A^B \nabla\Phi \cdot d\vec{\ell} = q \int_A^B d\Phi$$

$$\boxed{W = q(\Phi_B - \Phi_A)}$$

ელექტრული ვალის „მომენტის ენერგია“ : $q\Phi$

ჰუკონის და მაქსუელის განტოლებები

5.

ჰუკონის განტოლება: $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ ($\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$)

სტატიკური ველობა: $\nabla \times \vec{E} = 0$ ($\text{rot } \vec{E} = 0$)

სტატიკური პოტენციალი: $\vec{E} = -\nabla \Phi$

$$\nabla \cdot \vec{E} = -\nabla \cdot \nabla \Phi = -\Delta \Phi$$

$$\Delta \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad \text{ან} \quad \Delta \equiv \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial x_i} \quad \left(\begin{array}{l} \text{დენომინატორი} \\ \text{გრაფიკი} \end{array} \right)$$

$$\Delta \Phi = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$$

ჰუკონის განტოლება.

ელექტრული ველის განტოლებები ვაკუუმის ვაკუუმში:

$$\Delta \Phi = 0$$

ლაპლასის განტოლება.

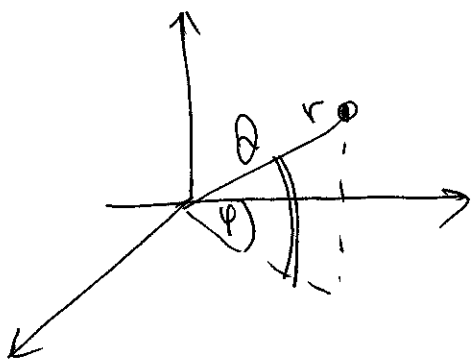
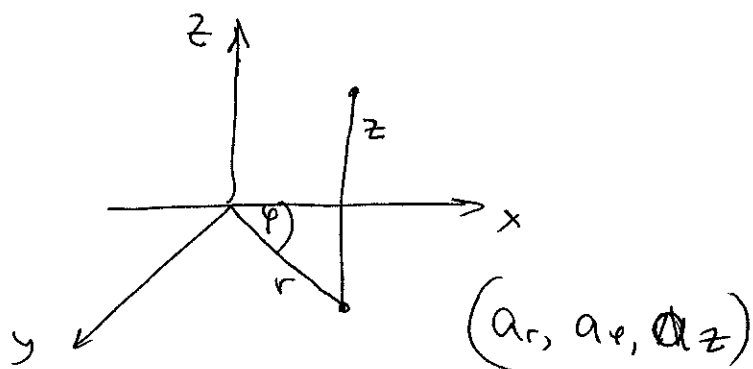
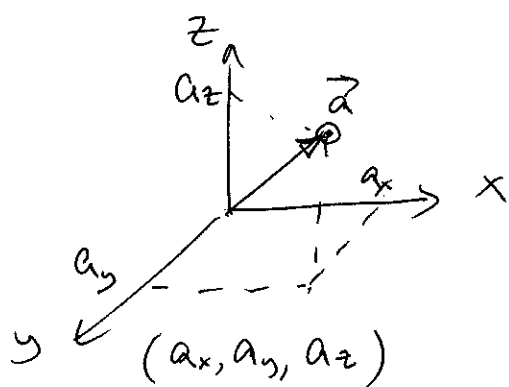
წილ-მნიშვნელობა სივრცეში

2.1

დეკარტის სივრცეობა სივრცეში: (x, y, z)

ცილინდრული სივრცეობა სივრცეში: (r, φ, z)

სფერული სივრცეობა სივრცეში: (r, φ, θ)



ცილინდრული:

$$\begin{cases} x = r \cos \varphi \\ y = r \sin \varphi \\ z = z \end{cases}$$

სფერული:

$$\begin{cases} x = r \cos \varphi \sin \theta \\ y = r \sin \varphi \sin \theta \\ z = r \cos \theta \end{cases}$$

$$\operatorname{div} \vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \quad (\text{Cartesian})$$

$$\operatorname{div} \vec{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} (A_\varphi) + \frac{\partial A_z}{\partial z} \quad (\text{Cylindrical})$$

$$\operatorname{div} \vec{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \cdot A_\theta) \quad (\text{Spherical})$$

Նշանակումը մաթեմատիկական:

$$\Delta \Phi = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left(\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \right) \right);$$

Միաբանական մաթեմատիկական:

$$\Delta \Phi = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2}$$

Երկարական մաթեմատիկական:

$$\Delta \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2}$$

Սկզբնական ծանոթություն.
Ձախ. Ватерли Топтыгули
ՅՅ. 20

შავალაი:

იზოვრ მუხის სივსკვის განწლუბ აუ ცნობილ ზოტწვალ:

$$\Phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^{-\alpha r}}{r} \left(1 + \frac{\alpha r}{2}\right)$$

მნიშვნელოვანია უმწლნათ სსტეშს ასსვ: აშოტანს სსტეშს ვაავალსწწწი.

ტეწს სსტეშს: $\Phi(x, y, z)$ $r = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$

სვსსს სსტეშს: $\Phi(r, \varphi, \theta) = \Phi(r)$

მუხის განწლუბს სპწწწლდ გამოვსწწა ჰესწწს განტოლუბ:

$$\Delta\Phi = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \Phi + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \right) = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$$

აშოტანს ვაწწწა ცეწწწლუბი სსტეშა:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} = 0, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} = 0.$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \Phi(r)}{\partial r} \right) = -\frac{\rho(r)}{\epsilon_0}$$

$\rho(r)$ — მუხის განწლუბის სივსკვი

$$\frac{\partial \Phi}{\partial r} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{e^{-\alpha r}}{r} \cdot \frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha}{r} e^{-\alpha r} \left(1 + \frac{\alpha r}{2}\right) - \frac{e^{-\alpha r}}{r^2} \left(1 + \frac{\alpha r}{2}\right) \right] = \boxed{2.4}$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\cancel{\frac{\alpha}{2r}} - \frac{\alpha}{r} - \frac{\alpha}{2} - \frac{1}{r^2} - \cancel{\frac{\alpha}{2r}} \right] e^{-\alpha r} = -\frac{q e^{-\alpha r}}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r^2} + \frac{\alpha}{r} + \frac{\alpha}{2} \right)$$

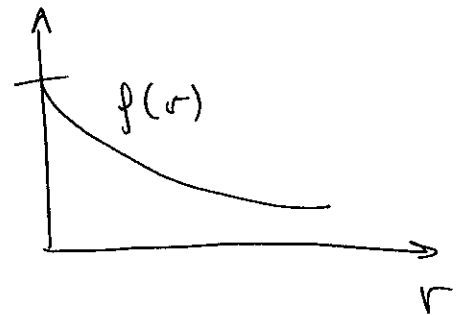
$$r^2 \frac{\partial \Phi}{\partial r} = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} e^{-\alpha r} \left(1 + \alpha r + \frac{\alpha^2 r^2}{2} \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[(\alpha + \alpha r) e^{-\alpha r} - \left(\alpha + \alpha r + \frac{\alpha^2 r^2}{2} \right) e^{-\alpha r} \right] =$$

$$= -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\cancel{\alpha} + \cancel{\alpha r} - \cancel{\alpha} - \cancel{\alpha r} - \frac{\alpha^2 r^2}{2} \right] e^{-\alpha r} = \frac{q}{8\pi\epsilon_0} \cdot \alpha^2 r^2 e^{-\alpha r}$$

$$\frac{\rho(r)}{\epsilon_0} = -\frac{q}{8\pi\epsilon_0} \cdot \alpha^2 e^{-\alpha r}$$

$$\rho(r) = -\frac{q}{8\pi} \cdot \alpha^2 e^{-\alpha r}$$



დატოვებული გამოვლიანობა უკვე
 სხვაგვარი მოგვცემდა:

$$\rho(x, y, z) = -\frac{q}{8\pi} \cdot \alpha^2 \cdot \exp\left(-\alpha(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}\right)$$

ელექტრული პოტენციალი

2.5

განვიხილოთ მუხტები სივრცეში: q_1, q_2, q_3 ,

სხვათაშორის ელექტრული ძეგლი ძალიან მუხტების ნებისმიერ წყვილს შორის უნდა იქნებოდეს ელექტრული ურთიერთქმედება:

$$W = W_{12} + W_{13} + W_{23}$$

სადაც W_{12} სივრცეში ელექტრული ურთიერთქმედების მუდმივი $W_{12} = W_{21}$

$$W = \frac{1}{2} (W_{12} + W_{21}) + \frac{1}{2} (W_{13} + W_{31}) + \frac{1}{2} (W_{23} + W_{32})$$

$$W = \frac{1}{2} ((W_{12} + W_{13}) + (W_{21} + W_{23}) + (W_{31} + W_{32}))$$

ან უფრო ზოგად:

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N W_{ij} \quad i \neq j$$

სივრცეში ელექტრული ურთიერთქმედება: $W_{ij} = q_i \Phi_j$

სივრცეში სივრცეში: $\Phi_j = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_j}{|\vec{r}_j|}$

$$W_{ij} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i q_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|}$$

სხვათაშორის:

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i q_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|}$$

ձյնժյունի շնչառի քանակականացում:

$$W = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \iint \frac{\rho(\vec{r}_1)\rho(\vec{r}_2)}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} d^3\vec{r}_1 d^3\vec{r}_2$$

և համապատասխան:

$$W = \frac{1}{2} \int \rho(\vec{r})\Phi(\vec{r}) dV$$

լայնության քանակականացում $\rho(\vec{r}) = -\epsilon_0 \Delta\Phi(\vec{r})$

$$W = -\frac{\epsilon_0}{2} \int \Phi(\vec{r}) \Delta\Phi(\vec{r}) dV$$

$$\int \Phi \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} dx = \int \Phi d\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right) = \left[\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right]_{-\infty}^{+\infty} - \int \frac{\partial \Phi}{\partial x} \cdot d\Phi$$

(համապատասխանում)

$$\Phi(\pm\infty) = 0$$

ձյնժյունի

ձյնժյունի քանակականացում (ընդհանուր իմաստով)

$$\int \Phi \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} dx = - \int \frac{\partial \Phi}{\partial x} d\Phi = - \int \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 dx$$

$$W = \frac{\epsilon_0}{2} \int (\nabla\Phi)^2 dV$$

$$\nabla\Phi = -\vec{E}$$

$$W = \frac{\epsilon_0}{2} \int E^2 dV$$

$$W = \frac{\epsilon_0}{2} E^2$$

(ընդհանուր իմաստով)

ელექტრონული ურთერეაქციების ელემენტის დამატებითი მუხტების შემაჯავრობა.

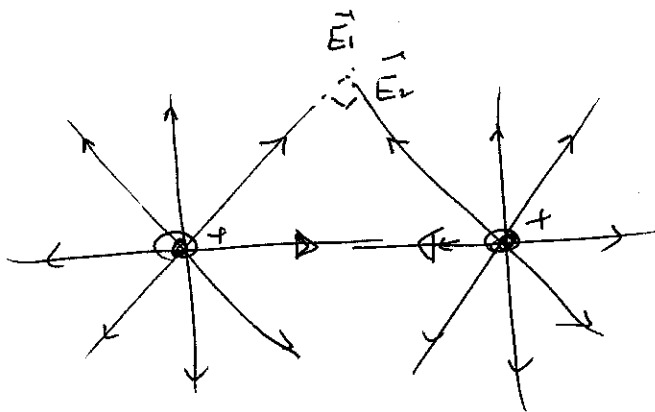
$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$w = \frac{\epsilon_0}{2} E^2 = \frac{\epsilon_0}{2} (E_1^2 + E_2^2 + 2\vec{E}_1 \vec{E}_2)$$

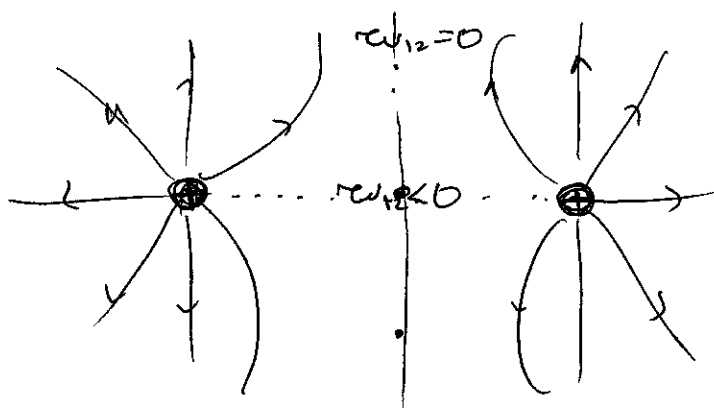
$$w \equiv w_1 + w_2 + w_{12}$$

$$w_1 = \frac{\epsilon_0}{2} E_1^2, \quad w_2 = \frac{\epsilon_0}{2} E_2^2 \quad - \text{მუხტების საკუთარი ელემენტები}$$

$$w_{12} = \epsilon_0 \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \quad \text{მუხტების ურთერეაქციების ელემენტი.}$$



$w_{12} = 0: \vec{E}_1 \perp \vec{E}_2$
ურთერეაქციების ელემენტის
სამართლიან გზაზე არ მდებარე.
მუხტის პოტენციური მდებარეობა

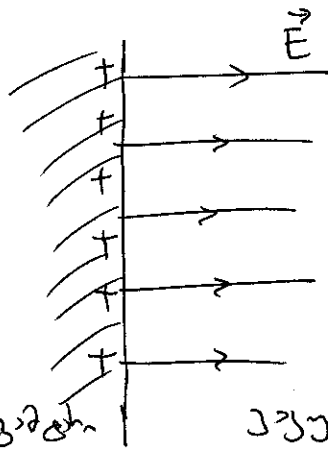


საკუთარი საკუთარი

ელექტრული ველის ენერგია ვამატის ზედაპირი

2.8.

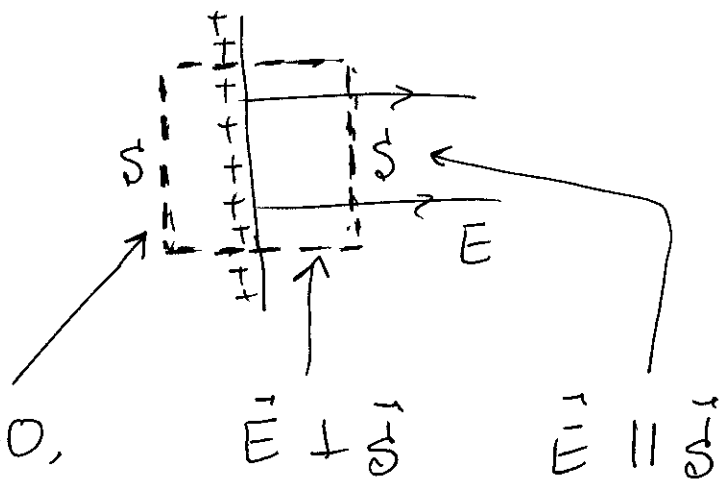
ვაქვამ ვაქვს ზედაპირი დამატის
 ვამატის ზედაპირი.



ვამატის ზედაპირიდან ზედაპირი
 ელექტრული ველი ზედაპირი
 მდებარეობს.

ვამატის ენერგია:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$$



ვამატის ენერგია

$$E = 0,$$

$$\vec{E} \perp \vec{S}$$

$$\vec{E} \parallel \vec{S}$$

$$E \cdot S = \frac{q}{\epsilon_0}$$

ვამატის ვამატის ზედაპირი
 ზედაპირი:

$$q = \int \sigma \cdot dS$$

$\sigma = \text{const} :$

$$E \cdot S = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \sigma \cdot S$$

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}} \left(\begin{array}{l} \text{ვამატის ზედაპირი} \\ \text{ელექტრული ველი} \end{array} \right)$$

ენერგია
 ზედაპირი:

$$w = \frac{\epsilon_0}{2} E^2$$

$$\boxed{w = \frac{\sigma^2}{2 \epsilon_0}}$$

ელექტრული ველ ელექტრონებში

ელექტრონი - გარემო ავსოვდალ ელექტრული მუხტების გარშემო.
 გარემო ელექტრული ველ იწვევს შიდა მუხტების პოლარიზაციას.

ტარისი მოლეკულა: ელექტრული ნუტრალუი $q' = 0$,
 მაგრამ გახსნა პინულოვანი დროულუი მომენტი $P' \neq 0$.

კუმუი სუბუალ დროულუი მომენტი: გარემოს პოლარიზაცია

$$\vec{P} = \langle \vec{P}_i \rangle$$

ბუ გარემო მუდუაზ სხუალსხუა ტარის მოლეკულუებისგან:

$$\vec{P} = \sum_{i=1}^K N_i \langle \vec{P}_i \rangle \quad (i=1 \dots K)$$

K - ტარის მოლეკულა

კუმუი სუბუალ ელექტრული მუხტის სიმუცხივა:

$$\rho(\vec{r}) = \sum_{i=1}^K N_i \langle e_i \rangle + \rho_{გარე}$$

ბუ ჰ ვუიუ გუ მუხტი ($\rho_{გარე} = 0$), $\langle e_i \rangle = 0$, ე.ი.

$$\rho(\vec{r}) = 0$$

ტარისი ელექტრული გარემო გარემო ელექტრული ველში
 ელექტრული ნუტრალუი, მაგრამ პოლარიზაციუი:

$$\vec{P}(\vec{r}) \neq 0, \quad \rho(\vec{r}) = 0$$

მუხი ρ მუხი ρ - მუხის სიმკვრივე. $\vec{r}$ - წერტილი ΔV მოცულობაში განლაგებულია. $\vec{r}'$ - წერტილი ΔV მოცულობის შიგნით.

მუხის სიმკვრივე ρ - მუხის სიმკვრივე:

$$\Delta\Phi(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \Delta V + \frac{\vec{P}(\vec{r}')(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \Delta V + \text{მაღალი რიგის უდრეობები} \right]$$

$\swarrow$ $\searrow$ $\swarrow$
 მუხის სიმკვრივე ρ $\vec{P}$ - დიპოლის სიმკვრივე ρ ρ - მაღალი რიგის უდრეობები...

სრული მუხის სიმკვრივე ρ - სრული (სრული) $\vec{r}'$ - სრული

$$\Phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \left(\frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} + \vec{P}(\vec{r}') \frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \right) d^3\vec{r}'$$

$$\vec{P}(\vec{r}') \frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} d^3\vec{r}' = \vec{P}(\vec{r}') \nabla' \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3\vec{r}'$$

განვიხილოთ ინტეგრალი:

$$\int \vec{P}(\vec{r}') \nabla' \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3\vec{r}' = \left[\frac{\vec{P}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right]_{\text{საზღვრები}} - \int \frac{\nabla \vec{P}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3\vec{r}'$$

ი.ე.

$$\Phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{d^3\vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \left(\rho(\vec{r}') - \nabla \vec{P}(\vec{r}') \right)$$

მუხის სიმკვრივე ρ - მუხის სიმკვრივე ρ - მუხის სიმკვრივე:

$$\Phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho d^3\vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

ი.ი. დიდიჭრის ΔV მოცულობის განხილვა ევატორი მუხის სიჭრელი:

$$\rho_{\text{ფ}} = \rho - \nabla \cdot \vec{P}$$

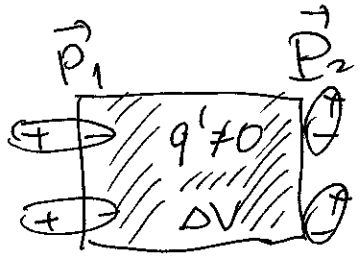
ვარის ენონის მოცულობის ფორმა: $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho_{\text{ფ}}}{\epsilon_0}$

$$\boxed{\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0} (\rho(\vec{r}) - \nabla \cdot \vec{P}(\vec{r}))}$$

დიდიჭრის
დენსიზაცი
მუხი

"მუხი მუხი"

დიდიჭრის პოტენციალის დენსიზაციზაცი ($\nabla P \neq 0$)
ნუკი მუხი (ევატორი) მუხის ვარის:



$$\sum_i q_i \neq 0. (= q') \text{ (მუხი მუხი)}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho(\vec{r})}{\epsilon_0} - \frac{\nabla \cdot \vec{P}(\vec{r})}{\epsilon_0}; \quad \rho(\vec{r}) = \underbrace{\epsilon_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{E} + \nabla \cdot \vec{P}}_{\equiv \vec{D}}$$

ევატორი ნიკიზაციის ვარის:

$$\boxed{\vec{D} \equiv \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}}$$

ნიკიზაციის

$$\boxed{\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho(\vec{r})}$$

→ ენონი და ეს
დენსიზაცი
დიდიჭრის ნიკიზაციის
და მუხი მუხი.

ერეგვაროვანი დიელექტრიკის ავისტები

3.4.

ერეგვაროვანი (ავსება ან არის დამოუკიდებელი სივრცითადად)
იზოტროპული (ავსება ან არის დამოუკიდებელი გარე ველის მიმართებად)
დიელექტრიკი ნივთიერებაა, რომელიც გარე ველს:
 $\vec{D} \sim \vec{E}$

χ - დიელექტრიკული ადვირებლობა

$$\vec{D}(\vec{r}) = \epsilon_0 \chi \vec{E}(\vec{r})$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \epsilon_0 \chi \vec{E} = \epsilon_0 (1 + \chi) \vec{E}$$

$$\epsilon = \epsilon_0 (1 + \chi)$$

დიელექტრიკული
პერმიტაბილიტეტი

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = (1 + \chi) \quad \text{— ფარდობითი დიელექტრიკული პერმიტაბილიტეტი}$$

(სივრცითი: დიელექტრიკული პერმიტაბილიტეტი)

ელექტროსტატიკური ველ დიელექტრიკულ გარემოში:

$$\begin{cases} \nabla \cdot \vec{D} = \rho \\ \nabla \cdot \vec{E} = \rho / \epsilon \\ \nabla \times \vec{E} = 0 \end{cases}$$

გარემოშია დიელექტრიკული შენეულობები:

$$\epsilon_r = 4 \quad \text{ქაღალე}$$

$$\epsilon_r = 11.5 \quad \text{საცდისი}$$

$$\epsilon_r > 100,000 \quad \text{ანაბრედივი იზოლაციები}$$

მედიუმის სიღრმის განმარტების კავშირში.

S - ვიწროების ვიწრო,

h - მინიმალური ვიწროების მანძილი

C - ძაბვა.

$$C_0 = \epsilon_0 \frac{S}{h}$$

აღნიშნული ვიწროების მანძილი ვიწრო შევსება ϵ შენეულობის დიელექტრიკით, მაშინ (ვიწროის სიღრმის გამოყვანა)

$$C_e = \epsilon \frac{S}{h}$$

$$\frac{C_e}{C_0} = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \epsilon_r$$

$$\vec{D} \propto \vec{E}$$

გარემოს მიკუბა (სილრიბად) დიკადულა გრეპეკის
მიმრადულა (მკ. რისტალები).

χ_{ij} — დიატრიკული დიკუბლას ტენზორი

$$\chi_{ij} = \begin{pmatrix} \chi_{11} & \chi_{12} & \chi_{13} \\ \chi_{21} & \chi_{22} & \chi_{23} \\ \chi_{31} & \chi_{32} & \chi_{33} \end{pmatrix}$$

$$D_i = \chi_{ij} E_j$$

დ კომპონენტებში:

$$\begin{cases} D_x = \chi_{11} E_x + \chi_{12} E_y + \chi_{13} E_z \\ D_y = \chi_{21} E_x + \chi_{22} E_y + \chi_{23} E_z \\ D_z = \chi_{31} E_x + \chi_{32} E_y + \chi_{33} E_z \end{cases}$$

ახილბურად დიატრიკულ პრეკუბლას ტენზორი,

$$\epsilon_{ij} = \epsilon_0 (1 + \chi_{ij})$$

გრეკუბონი რიკტონულ
დიატრიკის პედაკუბა
მიკუბა:

$$\chi_{ij} = \begin{pmatrix} \chi & 0 & 0 \\ 0 & \chi & 0 \\ 0 & 0 & \chi \end{pmatrix}$$

ელექტრეტები – დიელექტრიკები რომლებიც წარმოადგენენ მუდმივი ან თითქმის მუდმივი (კვაზიმუდმივი) ელექტრული ველის წყაროებს.

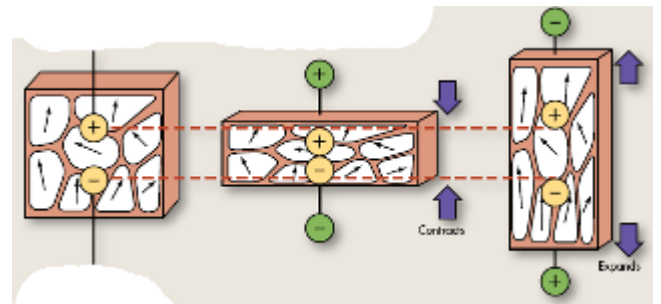
ელექტრული ველის წყარო: ჩაჭერილი (დაუბალანსებელი)
ელექტრული მუხტები, ან ჩაყინული ელექტრული პოლარიზაცია.

დამუხტული ელექტრეტები: ზედაპირული ან მოცულობითი მუხტის განაწილება;

პოლარიზებული ელექტრეტები: უპირატესად ერთი მიმართულებით ორიენტირებული დიპოლური მომენტის მოლეკულები.

მაგალითად ელექტრონების ნაკადი შეიძლება ჩაიჭიროს ტეფლონის ზედაპირზე და მივიღოთ ტეფლონის ელექტრეტი.

პიეზოელექტრული ნივთიერება – ელექტრეტი, რომელიც იძენს ელექტრულ პოლარიზაციას და ქმნის ელექტრულ ველს მექანიკური ზემოქმედების შედეგად. (მაგალითად კვარცის კრისტალი).



პიროელექტრული ნივთიერება – ელექტრეტი, რომელიც იძენს ელექტრულ პოლარიზაციას და ქმნის ელექტრულ ველს სითბური ზემოქმედების შედეგად (მაგალითად გაცხელება).

ელექტროსტრიქცია – პროცესი, როდესაც დიელექტრიკები იცვლიან ფორმას ელექტრული ველის ზემოქმედების შედეგად. ელექტრული ველის ზემოქმედება იწვევს მექანიკური ძალის გაჩენას (მაგალითად დიელექტრიკი იწელება ელექტრული ველის გასწვრივ).

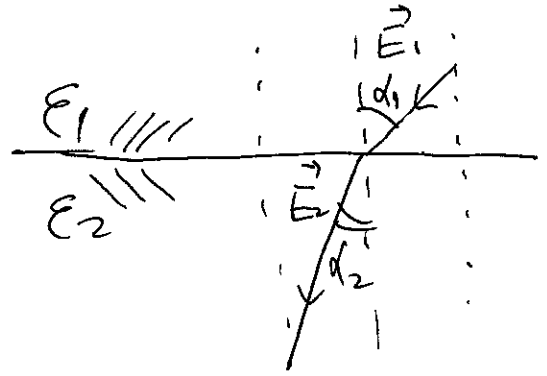
ქუთხისძის ვალის დაქუთხის სივრცე

3.8

"ქუთხისძის ვალის ვიდეოების კონსტრუქცია"

სივრცის გეომეტრიის გამოყენება:

$$E_1 \tau - E_2 \tau = 0$$



გეომეტრიის გამოყენება:

$$D_{2n} - D_{1n} = 0$$

τ - ტანგენციური კომპონენტი

n - ნორმალური კომპონენტი.

აქედან გამომდინარე ვიხილავთ: $0 = 0$

$$\begin{cases} E_1 \tau = E_2 \tau \\ D_{1n} = D_{2n} \end{cases} : \quad \epsilon_1 E_{1n} = \epsilon_2 E_{2n}$$

$$\tan \alpha_1 = \frac{E_{1\tau}}{E_{1n}} \quad \tan \alpha_2 = \frac{E_{2\tau}}{E_{2n}}$$

$$\boxed{\frac{\tan \alpha_1}{\tan \alpha_2} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}}$$

— ქუთხისძის ვალის ვიდეოების კონსტრუქცია
— ან ვიდეოების კონსტრუქცია

ელექტრული ველის ენერგია ელექტრულ

სტატიკური მუხტის ველის ენერგიის შესრულებულ მუშაში:

$$A = q (\Phi_1 - \Phi_2) \quad \Phi - \text{ვალის პოტენციალი}$$

ელექტრული მუხტების განაწილების შეცვლის შესრულებულ მუშაში:

$$\delta A = \int \delta \rho(\vec{r}) \Phi(\vec{r}) d^3r$$

$\delta \rho(\vec{r})$ - მუხტის განაწილების სიმკვრივის ცვლილება.

გულის ანონი ელექტრული ვარდობისა: $\nabla \vec{D} = \rho$

$$\nabla(\delta \vec{D}) = \delta \rho$$

∴
$$\delta A = \int \nabla(\delta \vec{D}) \Phi d^3r$$

ინტეგრირება:

$$\delta A = \left[\delta \vec{D} \cdot \Phi \right]_{\text{საზღვრებზე}}^{\vec{0}} - \int \delta \vec{D} \cdot \nabla \Phi \cdot d^3r$$

ელექტრული ველის ვარდობის: $\vec{E} = -\nabla \Phi$

ლოკალიზებული ვალი: $\delta \rho = 0$ - საზღვრებზე; ∴ $\delta D_{\text{ს.ზ.}} = 0$

∴
$$\delta A = \int \delta \vec{D} \cdot \vec{E} \cdot d^3r$$

რეალური სივრცის სხვა ძალები და მოქმედებს:

$$\delta A = \delta W \quad - \text{ელექტროდინამიკის ვალის ენერგიის ცვლილება}$$

მნიშვნელოვან დამოკიდებულებას: $\vec{D} \sim \vec{E}$ და $\vec{D} \sim \vec{E}$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

$$\delta \vec{D} \cdot \vec{E} = \epsilon \delta \vec{E} \cdot \vec{E} = \frac{\epsilon}{2} \delta (\vec{E} \cdot \vec{E}) = \frac{1}{2} \delta (\vec{D} \cdot \vec{E})$$

ელექტროდინამიკის ვალის ენერგიის ცვლილება დამოკიდებულია:

$$\delta W = \frac{1}{2} \int \delta (\vec{D} \cdot \vec{E}) d^3r$$

ახ სხულ ენერგიას:

$$W = \frac{1}{2} \int \vec{D} \cdot \vec{E} \cdot d^3r$$

ენერგიის სიმკვრივე:

$$w = \frac{1}{2} \vec{D} \cdot \vec{E}$$

ახ

$$w = \frac{\epsilon}{2} E^2 \quad \left(\text{ვაკუუმში: } w = \frac{\epsilon_0}{2} E_0^2 \right)$$

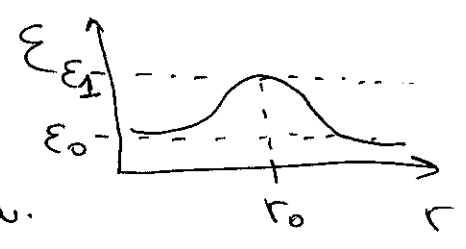
ელექტროდინამიკის ვალის სხულ ენერგია ნიშნავს შვედლანდის ენერგიას
ან ნიშნავს: ელექტროდინამიკის ვალის ენერგია და ელექტროდინამიკის
პოტენციალის ენერგია. ჯერ-ჯერობა დავივიწყებთ მხოლოდ

ვალის ენერგია.

დიაელექტრიკის სილახიზაციის ენერგია

ვაჩუა ვარგოში შეიძლება დიაელექტიკულ პოლარიზაცია მოხდეს

დიაელექტიკის სილახიზაციის ენერგია: ენერგიის ცვლადება E -ს ცვლადებას.



სილახიზაციის ენერგია:

$$W_0 = \frac{1}{2} \int \vec{E}_0 \cdot \vec{D}_0 d^3 \vec{r}$$

საბოლოო ენერგია:

$$W = \frac{1}{2} \int \vec{E} \cdot \vec{D} d^3 \vec{r}$$

განსვლადი დატვირთვალი:

$$\vec{D}(\vec{r}) = \epsilon(\vec{r}) \vec{E}(\vec{r})$$

ენერგიის ცვლადება:

$$\Delta W = \frac{1}{2} \int (\vec{E} \cdot \vec{D} - \vec{E}_0 \cdot \vec{D}_0) d^3 \vec{r} =$$

$$= \frac{1}{2} \int (\vec{E} + \vec{E}_0) (\vec{D} - \vec{D}_0) d^3 \vec{r} + \frac{1}{2} \int (\vec{E} \vec{D}_0 - \vec{E}_0 \vec{D}) d^3 \vec{r}$$

" Υ_1 "

$$\Delta W = \frac{1}{2} \int (\vec{E} \vec{D}_0 - \vec{E}_0 \vec{D}) d^3 \vec{r} + \Upsilon_1$$

$$U_1 = \frac{1}{2} \int (\vec{E} + \vec{E}_0)(\vec{D} - \vec{D}_0) d^3 \vec{r}$$

სტატიკური აგრონომია $\nabla \times \vec{E} = 0, \nabla \times \vec{E}_0 = 0, \dots \nabla \times (\vec{E} + \vec{E}_0) = 0$

$$\vec{E} = -\nabla \Phi, \quad \vec{E}_0 = -\nabla \Phi_0$$

$$(\vec{E} + \vec{E}_0) \equiv -\nabla \Phi_2 \quad (\Phi_2 = \Phi + \Phi_0)$$

ი.ი. $U_1 = -\frac{1}{2} \int \nabla \Phi_2 (\vec{D} - \vec{D}_0) d^3 \vec{r}$

ინტეგრირების ინტეგრანტი:

$$U_1 = -\frac{1}{2} \left[\Phi_2 (\vec{D} - \vec{D}_0) \right]_{\text{ს.ზ.ზ.ზ.}}^{\rightarrow 0} + \frac{1}{2} \int \nabla (\vec{D} - \vec{D}_0) \Phi_2 d^3 \vec{r}$$

ს.ზ.ზ.ზ. $\vec{D} = \vec{D}_0,$

$\nabla \vec{D} = \rho, \quad \nabla \vec{D}_0 = \rho, \quad \rho - \text{კუთხე (არისუფალი) მუხის სიმკვრივე}$

$$\nabla (\vec{D} - \vec{D}_0) = 0$$

ი.ი. $U_1 = 0$

ანუ ელექტრული ველის ენერგიის ცვლილებაც არაა:

$$\Delta W = \frac{1}{2} \int (\vec{E} \vec{D}_0 - \vec{E}_0 \vec{D}) d^3 \vec{r}$$

$$\vec{D} = \epsilon_1 \vec{E}$$

$$\vec{D}_0 = \epsilon_0 \vec{E}_0$$

$$\Delta W = -\frac{1}{2} \int (\epsilon_1(\vec{r}) - \epsilon_0) \vec{E} \cdot \vec{E}_0 d^3 \vec{r}$$

ճիշդ ռեֆրակտիվ լայնություն:

$$\vec{P} = \underline{\epsilon_0 \chi} \vec{E}, \quad \vec{D} = \epsilon \vec{E},$$

$$\epsilon = \epsilon_0(1 + \chi) \quad \text{այն} \quad \underline{\epsilon_0 \chi} = \epsilon - \epsilon_0$$

$$\vec{P} = (\epsilon - \epsilon_0) \vec{E}$$

այն: $\Delta W = -\frac{1}{2} \int \vec{P} \cdot \vec{E}_0 d^3 \vec{r}$

լայնության հարաբերական ճիշտություն:

$$w_p = -\frac{1}{2} \vec{P} \cdot \vec{E}_0$$

ელექტრული მოქმედება

არაერთგვაროვან სტრუქტურა ელექტრულ ველში.

$$\vec{E} = \text{const}, \quad \Phi = \text{const.} \quad (\text{მკ. მოცემულმა მატერიალმა სპარს ნერის})$$

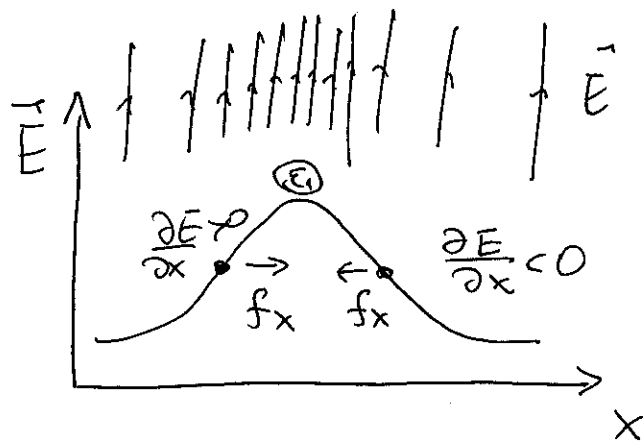
ϵ_1 ელ. უდნეულობის სხეულზე მოქმედ. ძალა X მიმართულებით.

$$F_x = - \left(\frac{\partial W}{\partial X} \right)_Q \rightarrow \text{მოცემულ მუხტების ზედაპირი განივპირობის}$$

მკ. ძალის სიმკვრივე $f_x = - \left(\frac{\partial W}{\partial X} \right)_Q$

$$W = - \frac{1}{2} \vec{E} \cdot \vec{E}_0 = - \frac{1}{2} (\epsilon_1 - \epsilon_0) \vec{E} \cdot \vec{E}_0$$

მკ $f_x \sim \frac{\partial E}{\partial X}$



ელექტრული მოძრაობა მაღალი ელექტრული ველის ძეგში ($\epsilon_1 > \epsilon_0$)

თუ $\epsilon_1 < \epsilon_0$ (მკ. ელექტრული) მოძრაობა ნაკლებად. (გამოიყენება ძლიერი ელ. ველში).

კვაზიდრეკადი დიპოლები

ელექტრუების არი კლასი:

1) ნივთიერების მოლეკულაში დიპოლი და უპოლოზი მუხტის სიმეტრიის განწილების ცენტრები ერთმანეთს ემხვევება. არე გარეშე ელ. ვალს გარეშე მოლეკულას არ გააჩნია დიპოლი მუხტები:

$$\vec{P}_i = 0$$

მგ. $N_2, O_2, CO_2, \dots$

2) მოლეკულაში დიპოლი და უპოლოზი მუხტები განწილებულა ასიმეტრიულად. არე მოლეკულას გააჩნია დიპოლი მუხტები მუხტ ვალს გარეშე:

$$\vec{P}_i \neq 0$$

მგ. $H_2O, NH_3, \dots$

1) შემხვევებში ელექტრუის მუხტისკარული ნივთიერება გამოწვევას ელექტრუ ვალში მოლეკულაბის დიპოლიზაცია ($\vec{P}_i \neq 0$).

2) შემხვევებში ელექტრუის მუხტ. პილარის გამოწვევას მოლეკულაბის ასიმეტრიული დიპოლი მუხტების ვალს განწილვას იხივებულობა.

განვიხილოთ პილარი შემხვევა, როდესაც ელ. ვალ

არეკს მოლეკულას კვაზიდრეკად დიპოლიზაცია.

სვაზი, დრეველი მოლაყელის ნოლახიგება ვარება ელექტრულ ვარება:

$$\vec{P}_i = \beta \vec{E}$$

β - მოლაყელის ნოლახიგების სხეუტეხი.

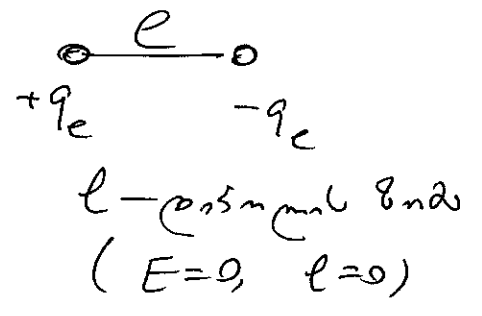
მუქისცოხველი ნოლახიგების ვარება:

$$\vec{P} = \langle \vec{P}_i \rangle = N \beta \vec{E}$$

N - მოლაყელის ხოლცოხება მოცულობის ერეუტეხი.

დრეველი მოცუტეხი: $\vec{p} = q_e \vec{\ell}$

$$\vec{P} = q_e \vec{\ell} = \beta \vec{E}$$



რეყე დრეველის ზომა მოცუტეხივარ ვარება ვარის, მაშინ ეტეხება რეო მოლაყელა ეტის სვაზი-დრეველი.

$\vec{F} = \alpha \vec{\ell}$ — α დრეველის სოცოცოცეხი.

მუქისცოხველი $\vec{F} = q_e \vec{E} = \frac{q_e^2}{\beta} \vec{\ell}$ ($\vec{E} = \frac{q_e}{\beta} \vec{\ell}$)

რეო $\alpha \vec{\ell} = \frac{q_e^2}{\beta} \vec{\ell}$

$$\alpha = \frac{q_e^2}{\beta}$$

$$\beta = \frac{q_e^2}{\alpha}$$

ელექტროსტატიკური მუხტების ნაწილობრივი პოტენციალი

4.9.1

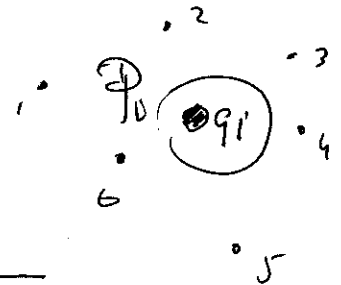
ვარაუდობთ, რომ უსასრულოდ ბევრი მუხტების განაწილება $(q_1, q_2, \dots)$ ნაწილობრივ მდგრადია სისტემა?

სისტემის ენერგია:
$$W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \sum_{j \neq i} \frac{q_i q_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|}$$

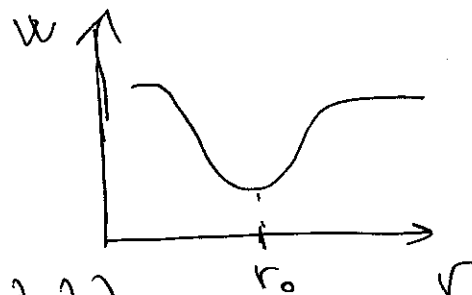
ახ
$$W = \frac{1}{2} \sum_i q_i \Phi_i$$

სადა Φ_i არის სისტემის ყველა მუხტების მიერ შექმნილი ნაწილობრივი q_i მუხტის გავრცელების ვექტორი $\vec{r}_i$ მუხტის უსასრულოდობა.

(მუხტის სივრცის ირგვლივ არაა მუხტების)



მდგრადი ნაწილობრივი მდგომარეობა:



1) ექსტრემუმის ძიება (მინიმუმი)

$$\frac{\partial W}{\partial r} = 0$$

2) მინიმუმი (დამუდგენადი პოტენციალი) $\frac{\partial^2 W}{\partial r^2} > 0$

მდგრადობა X მიმართულებით: $\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} > 0$

Y მიმართულებით: $\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} > 0$

Z მიმართულებით: $\frac{\partial^2 W}{\partial z^2} > 0$

$$\Delta W = \frac{1}{2} \sum_i q_i \Delta \Phi_i$$

$$\Delta \Phi_i = 0, \quad \text{დაცე.}$$

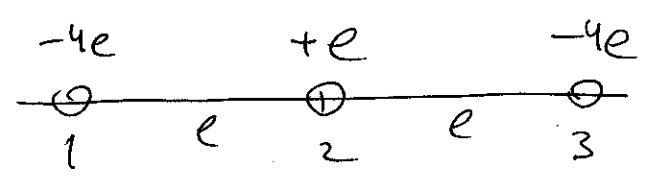
$$\Delta W = \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} = 0$$

რაც ეწინააღმდეგება მდგომარეობის სტაბილურობას ($\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} > 0$)

ინტუიციური აგონია: ელექტრული მუხტების სტატიკური განაწილება არ არსებობს (საპოტენციალო)

როგორ გავხილავთ სისტემის მდგომარეობას? ე.წ. ჰელმჰოლცის თეორემა, მ.შ. ევანგელისტური ძალა. (ქრისტიანული სიყვარულის გამოხატულება)

მკვლელობა:



$$\begin{cases} F_1 = F_{12} + F_{13} = 0 \\ F_2 = F_{21} + F_{23} = 0 \\ F_3 = F_{31} + F_{32} = 0 \end{cases}$$

F_i — i მუხტის ამჟამინდელი ძალა

F_{ik} — i -ის k -მუხტიდან ამჟამინდელი ძალა

სადა ს.ფ.?

განვიხილოთ შემთხვევა

$$\frac{\partial W}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} < 0$$



დედქიჩის ზოლისადა ანგელოვანი დილონი
მოძვრის მოლაულებს შემავვაში

5.1.

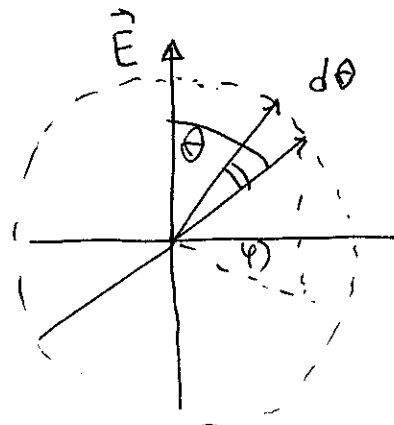
მოლაულებს ვახნა ანგელოვანი დეფიქტი
მოძვრის ვარეშე ველის ვარეშე:

$$\begin{cases} \vec{E} = 0 \\ \vec{P}_i \neq 0 \end{cases}$$

ამ შემავვაში დედექიჩის მკრისკრულ ზოლისადაში შემავნელოვანი
მოლაულებს მკრისკრულ მოძვრების ქადი.

ვარეშა უგულებელყოფა მოლაულებს დედექიჩი და დედექიჩი
ამ დილონის ქადი ზოლისადა დილონის დედექიჩი უნისტესად
ველის ვახნა.

სვრულ კოორდინატის სისტემა:
(r, θ, φ)



სვრული ინტეგრალი:

$$\iiint_0^{\infty} \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} f(r, \theta, \varphi) r^2 dr \cdot d\varphi \cdot \sin\theta d\theta$$

ქადი ზოლისადას დედექიჩი შემავნელოვანი სისტემა
მოლაულებს დედექიჩი დედექიჩი ველის ვახნა, ან რა
ყვანია დედექიჩი, ან შემავნელოვანი ყვანა θ.

dN - მოლაულებს რიცხი, რომელი დილონი მოძვრის

მიმართული ყვანა: θ-დან, θ + dθ - მდე.

ბოლთა უმრავლესობის სიხშირე:

$$N = \int_0^\pi C \cdot \sin \theta d\theta$$

ბოლთა უმრავლესობის მომხსენებელი ქანობა. მათ განხილვის სტატისტიკის

აღნიშნა U მოძვარების კლასი უსაზღვროდ ბოლთების განხილვა:

$$\exp\left(-\frac{U}{kT}\right)$$

კლასის მოძვარების ენერგია: ელექტრის მოძვარების ენერგია:

$$U = -\frac{1}{2} \vec{P} \cdot \vec{E} = -\frac{1}{2} P_0 E \cos \theta$$

P_0 - დიპოლის მოძვარების დიპოლის მოძვარება. ა.რ.

$$dN = C \cdot \exp\left(\frac{P_0 E \cos \theta}{2kT}\right) \cdot \sin \theta d\theta$$

$\alpha \equiv \frac{P_0 E}{2kT}$

, ან $dN = C \cdot \exp(d \cos \theta) \sin \theta d\theta$

ჩვეულებრივ ელექტრულ ველში $d \ll 1$, ან ელექტრულ ველის დიპოლის ენერგია უფრო მცირეა, ვიდრე ბოლთების სიხშირის ენერგია. ამ შემთხვევაში

$$\exp(d \cos \theta) \approx 1 + d \cos \theta$$

ა

$$dN = C(1 + d \cos \theta) \sin \theta d\theta$$

$$N = \int dN = C \int_0^\pi (1 + d \cos \theta) \sin \theta d\theta = C \left[\cos \theta + \frac{d}{2} \cos^2 \theta \right]_0^\pi = 2C$$

ან $C = N/2$

ე დიფერენციალური ელემენტი:

$$dN = \frac{N}{2} (1 + \alpha \cos \theta) \sin \theta d\theta$$

$d\theta$ სფერული კუბის ელემენტის ფართობის ელემენტი:

$$dP = P_0 \cdot \cos \theta \cdot dN$$

სრული ფართობი:

$$\begin{aligned} P &= \int_0^\pi P_0 \cdot \cos \theta dN = \frac{P_0 N}{2} \int_0^\pi (1 + \alpha \cos \theta) \sin \theta d\theta \cos \theta = \\ &= \frac{P_0 N}{2} \int_0^\pi (\cos \theta + \alpha \cos^2 \theta) d\cos \theta = \frac{P_0 N}{2} \left[\frac{\cos^2 \theta}{2} + \alpha \frac{\cos^3 \theta}{3} \right]_0^\pi \end{aligned}$$

რატომ:

$$P = \frac{P_0 N}{2} \cdot \frac{2\alpha}{3}$$

$$P = \frac{1}{3} N P_0 \alpha$$

α-ს რატომ: (33.5.2)

$$P = \frac{N P_0^2 E}{6KT}$$

ფიზიკური აქტივობის ხარისხი, ხშირად შეიძლება მიიღოს
ფორმის მიხედვით, მაშინ, როდესაც ყველა დიპოლი დროულად
პოლარულია:

$$\underline{P_{\max} = N P_0}$$

მუხის რეგულირება $P \sim \frac{1}{T}$, $T \rightarrow \infty$ $P \rightarrow \infty \neq NP_0$ 5.4.

$P \sim \frac{1}{T}$ მიღებული მაღალტემპერატურულ ზონაში ($d = \frac{P_0 E}{2kT} \ll 1$)

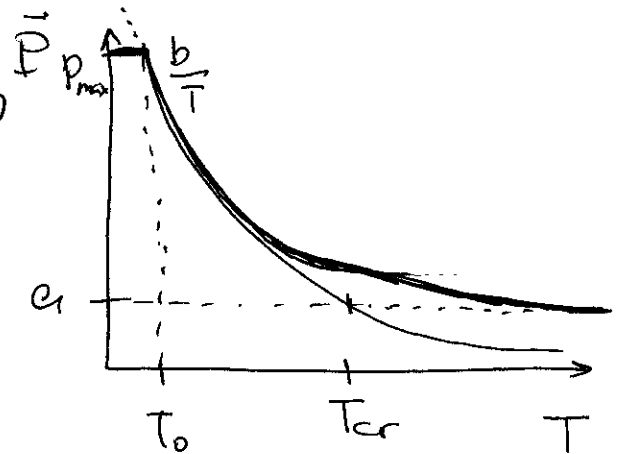
და ამის სამართლობა დადასტურებულია დალექტივებისაგან.

ზოგადად ნიჟარისა და გამწვანებულ სივრცეებში: დროულად მოხერხდება და მოლაპარაკების უაზრობა დადგინდება:

$$\vec{P} = N\beta \vec{E} + \frac{NP_0^2}{6kT} \vec{E}$$

ნიჟარის დამოუკიდებლობა დამტკიცებულია მუდმივი ტემპის პირობებში:

$$P \sim a + \frac{b}{T}$$



$$\left\{ \begin{array}{l} T \gg T_{cr}, \quad \vec{P} = \text{const}, \\ T \ll T_{cr} \quad \vec{P} \sim \frac{1}{T} \quad \left(\frac{NP_0^2 E}{6kT} \right) \\ T < T_0 < T_{cr}; \quad \frac{NP_0^2 E}{6kT_0} = P_0 N, \text{ ან } T_0 = \frac{P_0 E}{6k} \\ \vec{P} = P_{max} = P_0 N \end{array} \right.$$

ამ გვერდებში: $\vec{P} = (\epsilon - \epsilon_0) \vec{E}$

$$(\epsilon - \epsilon_0) \vec{E} = N\beta \vec{E} + \frac{NP_0^2}{6kT} \vec{E}$$

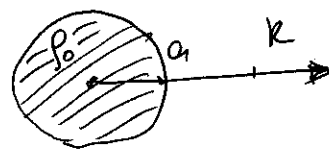
$$\boxed{\epsilon - \epsilon_0 = N \left(\beta + \frac{P_0^2}{6kT} \right)}$$

β - მოლაპარაკების დამოუკიდებლობა, P_0 - მოლაპარაკების დამოუკიდებლობა ($\vec{E}=0$)

Ելաժեկալ- Յալա $\vec{P}$ ճալառաճալալ ճալաժեկալալ.

5.5

Գալաճալա ճալառալ: Յալառա a ճալառալ



Գալաճալալ ճալառալ ճալաժեկալալ ճալալ ճալալ
ճալառալ ճալառալալ ճալաժեկալալ: $\rho_0 = \text{const.}$

ճալառալա ճալառալ ճալառալալալալ Φ ճալառալ ճալառալալալալ:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) = \frac{\rho(r)}{\epsilon}, \quad \text{և ճալալ } \rho(r) = \begin{cases} \rho_0 : r < a \\ 0 : r > a \end{cases}$$

(ճալառալալալալ Φ և θ ճալառալալալ ճալառալ)

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) = \frac{1}{\epsilon} r^2 \rho(r)$$

$$r^2 \frac{\partial \Phi}{\partial r} = \frac{1}{\epsilon} \int_0^r r^2 \rho(r) dr$$

1) $r > a$: $r^2 \frac{\partial \Phi}{\partial r} = \frac{1}{\epsilon} \int_0^a r^2 \rho_0 dr + \frac{1}{\epsilon} \int_a^r r^2 \cdot 0 \cdot dr = \frac{\rho_0}{\epsilon} \left[\frac{r^3}{3} \right]_0^a$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial r} = \frac{\rho_0 a^3}{3\epsilon} \cdot \frac{1}{r^2}$$

$$\Phi(r) = \frac{\rho_0 a^3}{3\epsilon} \int \frac{dr}{r^2} = -\frac{\rho_0 a^3}{3\epsilon} \left[\frac{1}{r} \right]$$

$$\Phi(r > a) = -\frac{\rho_0 a^3}{3\epsilon} \cdot \frac{1}{r}$$

կցումը ճանշանում:

$$V_0 = \frac{4}{3} \pi a^3$$

5.6.

կցումը 5-ձյին ձյծու:

$$q = \rho_0 V_0$$

$$\rho_0 = \frac{q}{V_0} = \frac{3q}{4\pi a^3}$$

$$\Phi(r > a) = - \frac{3q}{4\pi a^3} \cdot \frac{a^3}{3\epsilon} \cdot \frac{1}{r} = \frac{q}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{1}{r}$$

2) $r < a$

$$r^2 \frac{\partial \Phi}{\partial r} = \frac{1}{\epsilon} \int_0^r r^2 \rho_0 dr = \frac{\rho_0}{\epsilon} \left[\frac{r^3}{3} \right]_0^r = \frac{\rho_0}{3\epsilon} \cdot r^3$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial r} = \frac{\rho_0}{3\epsilon} \cdot r$$

$$\Phi(r < a) = \frac{\rho_0}{3\epsilon} \int r dr = \frac{\rho_0}{6\epsilon} r^2 + \text{const.}$$

$$\Phi = \begin{cases} - \frac{\rho_0 a^3}{3\epsilon} \frac{1}{r} & : r \geq a \\ \frac{\rho_0}{6\epsilon} \cdot r^2 + c_0 & : r \leq a \end{cases}$$

$$\Phi(r=a) = - \frac{\rho_0 a^3}{3\epsilon} \cdot \frac{1}{a}$$

||

$$\Phi(r=a) = \frac{\rho_0}{6\epsilon} \cdot a^2 + c_0$$

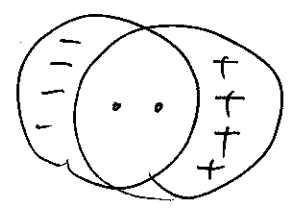
$$-\frac{\rho_0 a^3}{3\epsilon} \cdot \frac{1}{a} = \frac{\rho_0}{6\epsilon} a^2 + C_0$$

$$C_0 = -\frac{\rho_0 a^2}{3\epsilon} \left(+1 + \frac{1}{2} \right) = -\frac{\rho_0 a^2}{2\epsilon}$$

յ.՝ $\Phi(r) = \begin{cases} -\frac{\rho_0 a^3}{3\epsilon} \frac{1}{r} & : r \geq a \\ \frac{\rho_0}{2\epsilon} \left(\frac{r^2}{3} - a^2 \right) & : r \leq a \end{cases}$

ճաթժիւր զը Տուտիւթը ճաթժիւթ շէթը
Նիւնսիւն ճիւնսիւթ ճիւնս ճիւ.

Նիւնսիւն, իւ ճիւնս ճիւնս ճիւնս
յիւնս ճիւնս ճիւնս ճիւնս ճիւնս
ճ ճիւնս ճիւնս ճիւնս.



յիւնս ճիւնս ճիւնս ճիւնս:
(ճիւնս ճիւնս ճիւնս $r < a$ ճիւնս)

$$\Phi_- = -\frac{\rho_0}{2\epsilon} \left(\frac{R_-^2}{3} - a^2 \right)$$

ճիւնս ճիւնս ճիւնս ճիւնս:

$$\Phi_+ = +\frac{\rho_0}{2\epsilon} \left(\frac{R_+^2}{3} - a^2 \right)$$

յիւնս ճիւնս: $\Phi = \Phi_+ + \Phi_- = \frac{\rho_0}{3\epsilon} (R_+^2 - R_-^2)$

დადგინოთ $\vec{E}$ უსასრულო მუხტების უსასრულო გარსის შემთხვევაში:
 პიკონი: $\vec{E}$

სუსტების სხვისი უსასრულო გარსის შემთხვევაში: $\vec{R}$

$$\begin{cases} \vec{R}_+ = \vec{R} + \vec{e} \\ \vec{R}_- = \vec{R} - \vec{e} \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_+^2 = R^2 + e^2 + 2\vec{R} \cdot \vec{e} \\ R_-^2 = R^2 + e^2 - 2\vec{R} \cdot \vec{e} \end{cases}$$

შეკრებიდან: $R_+^2 - R_-^2 = 4\vec{R} \cdot \vec{e}$

ან: $\Phi = \frac{\rho_0}{3\epsilon} \cdot 4\vec{R} \cdot \vec{e}$

დადგინოთ პოტენციალი: $\vec{E}' = -\nabla\Phi = -\nabla \frac{\rho_0}{3\epsilon} 4\vec{R} \cdot \vec{e}$

მუხტების უსასრულო გარსის შემთხვევაში ($\rho_0 = \text{const}$)

$$\nabla \frac{\rho_0}{3\epsilon} 4\vec{R} \cdot \vec{e} = \frac{\rho_0}{3\epsilon} \cdot 4 (\nabla R) \cdot \vec{e} = \frac{4}{3\epsilon} \rho_0 \vec{e} = \frac{4}{3\epsilon} \vec{P}$$

ან $\vec{P} = \rho_0 \vec{e}$ - დადგინოთ პოტენციალის სიმკვრივის ვექტორი

ან: $\boxed{\vec{E}' = \frac{4}{3\epsilon} \cdot \vec{P}}$ დადგინოთ პოტენციალის სიმკვრივის ვექტორი

სუსტის შემთხვევაში: $\boxed{\vec{E} = \vec{E}_0 + \frac{4}{3\epsilon} \vec{P}}$

დადგინოთ პოტენციალი და დადგინოთ პოტენციალის სიმკვრივის ვექტორი

Մշտական էլեկտրական դաշտում

$$\epsilon = \epsilon(r) \neq \text{const.}$$

Դիմումներ, ճիշտ ժաղհագրական էլեկտրական:

$$\vec{D} \parallel \vec{E}, \quad \epsilon(r) \neq \text{const.}$$

Ընդհանուր դեպքում $\vec{D}$ շտապահանգիս լուծարելի գտնվում է:

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho(r)$$

Մե: զանգվածային $\vec{E} = -\nabla \Phi$

$$\vec{D} = \epsilon(r) \vec{E}$$

$$\nabla \cdot (\epsilon(r) \cdot \vec{E}) = \rho(r)$$

$$\nabla \cdot (\epsilon(r) \nabla \Phi) = -\rho(r)$$

$$\nabla^2 \Phi + \nabla \Phi \cdot \frac{\nabla \epsilon(r)}{\epsilon(r)} = -\frac{\rho(r)}{\epsilon(r)}$$

Տրանսպարենտ մեդիումում ժաղհագրական էլեկտրական:

$$\boxed{\Delta \Phi + \frac{\nabla \epsilon}{\epsilon} \cdot \nabla \Phi = -\frac{\rho}{\epsilon}}$$

ժաղհագրական ճիշտում $\epsilon = \text{const}$, $\nabla \epsilon = 0$, և $\Delta \Phi = -\frac{\rho}{\epsilon}$.

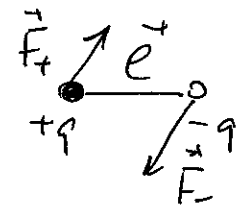
დედუქტუხუ მუქედ ნონდურომუთინუ დელუბი

დედუქტუხის უკუდ მუდუდუდუ მუქედუდს ვუჭუ ედუ ვუდუ. დუქტუხუდ ვუდს ვუჭუდუ მუქედუდს მუქედუდუდს ნონდურომუთინუდ მუქედუდუდს ვუჭუდუ.

მუქედუდუდ ნონდურომუთინუდ დელუ ედუდს მუდუდუდუდ მუქედუდ მუქედუდუდუდ დელუდს ვუჭუ.

ვუჭუა დედუქტუხი მუქედუდ მუდუდუდუდ დელუდუდს.

დელუდუ მუქედუდ დელუ:



$$\vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = q \vec{E}_1 - q \vec{E}_2$$

მუქედუდ ნონდუდ დელუდუდუდუდ: $\vec{E}_1 - \vec{E}_2 = \frac{\nabla \vec{E}}{e} \cdot \vec{e} \approx \vec{e} \cdot \nabla \vec{E}'$

$$\vec{F}_i = q \vec{e} \cdot \nabla \vec{E}' = \vec{P}_i \cdot \nabla \vec{E}'$$

$\vec{P}_i$ - დელუდუდუდ დელუდს ედუ მუქედუ.

ვუჭუ ნონდურომუთინუდ დელუ $\vec{F} = \langle \vec{F}_i \rangle = N \langle \vec{P}_i \cdot \nabla \vec{E}' \rangle$

$$\vec{F} \approx N \langle \vec{P}_i \rangle \cdot \langle \nabla \vec{E}' \rangle = \vec{P} \cdot \nabla \vec{E}$$

$\vec{E}'$ - მუქედუდუდუდ ვუდუ, $\vec{E}$ - ვუდუდუდუდუდუდ მუქედუდუდუდ ვუდუ

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E} = (\epsilon - \epsilon_0) \vec{E}$$

$$\vec{F}_3 = (\epsilon - \epsilon_0) \vec{E} \cdot \nabla \vec{E}$$

$$\vec{E} \times [\vec{\nabla} \times \vec{E}] = \nabla \cdot (\vec{E} \cdot \vec{E}) - \vec{E} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \vec{E})$$

$$E(\nabla \vec{E}) = \nabla E^2 - [\vec{E} \times [\nabla \times \vec{E}]]$$

სტატიკური ველობა: $\nabla \times \vec{E} = 0$

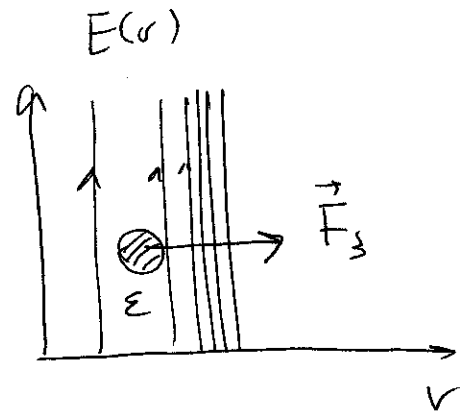
∴ $\vec{E}(\nabla \vec{E}) = \nabla E^2$

$$\vec{F}_3 = (\epsilon - \epsilon_0) \nabla E^2$$

ვარა $E(r) = \alpha r$

$$\frac{\partial E(r)}{\partial r} > 0$$

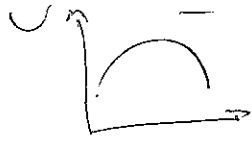
$$\vec{F}_3 = \alpha(\epsilon - \epsilon_0) > 0 \quad | \quad \epsilon > \epsilon_0$$



ელექტრული ველობის ძალის გამოწვევით დიელექტრიკული სხეული ვაკუუმის მიმართ არის მიზიდული.

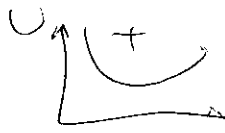
2. Ordnungsgleichungen

$$\begin{cases} \frac{dU}{dq} = 0 \\ \frac{d^2U}{dq^2} > 0 \end{cases}$$



lok. Max.

$$\frac{d^2f}{dt^2} < 0$$



lok. Min.

$$\frac{d^2f}{dt^2} > 0$$

6.6) U ist ein Skalarfeld

$$U_S = U - q\varphi$$

↓
Lageenergie
Skalarfeld

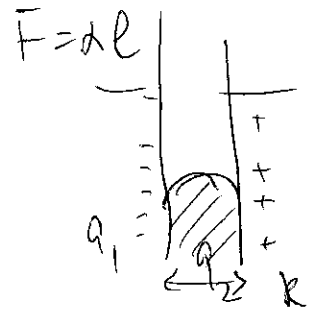
↓
Potenzial
Vekt.feld

$$\frac{dU_S}{dq} = \frac{dU}{dq} - \varphi = 0 \quad (\text{stationärer Zustand})$$

$$\frac{dU}{dq} = \varphi$$

$$\frac{d^2U}{dq^2} = \frac{d\varphi}{dq} > 0 \quad (\text{stabile Stationäre})$$

$$\frac{d\varphi}{dq} > 0$$



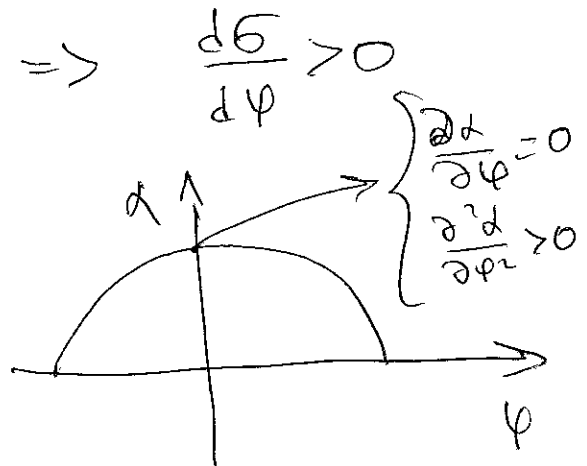
$$q = \sigma S$$

↓
Flächenladungsdichte
Fläche

$$\frac{dq}{d\varphi} > 0, \quad S > 0, \Rightarrow \frac{d\sigma}{d\varphi} > 0$$

$$\sigma = -\left(\frac{\partial \alpha}{\partial \varphi}\right)_{P,T}$$

$$\frac{\partial^2 \alpha}{\partial \varphi^2} > 0$$



Պրոցեսիայի շրջանում շարժվող լիցքի

լիցքի շարժումը:

$$\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m = q\vec{E} + q[\vec{v} \times \vec{B}]$$

Պրոցեսիայի էլեկտրամագնիսական դաշտը:

$$\begin{cases} \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q\vec{r}}{r^3} \\ \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q[\vec{v} \times \vec{r}]}{r^3} \end{cases}$$

Պրոցեսիայի էլեկտրամագնիսական դաշտի շարժվող լիցքի դեպքում:

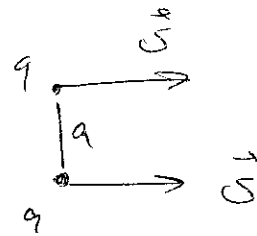
$$F_e = qE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{a^2}$$

$$F_m = qvB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q^2 v^2}{a^2}$$

$$\frac{F_m}{F_e} = \mu_0 \epsilon_0 v^2 = \frac{v^2}{c^2} \quad \left(\mu_0 \epsilon_0 \equiv \frac{1}{c^2} \right) \text{ Կոստանտի և Էֆինգ յուրյանը.}$$

Պրոցեսիայի շրջանում լիցքի շարժումը" շարժվող լիցքի. $c \rightarrow \infty, F_m \rightarrow 0$.

Պրոցեսիայի: Ինչո՞ւ չի գործում լիցքի շարժումը շարժվող լիցքի դեպքում ($v \ll c$) շարժվող լիցքի?



Ջրածնային շառավիղի էլեկտրամագնիսային դաշտ (2)

Ջրածնի լիցքի խտություն: ρ - ժամանակահատվածում:

$$dq = \rho dV \quad \text{Ջրածնի,}$$

$$\vec{j} = \rho \vec{v} \quad \text{Ջրածնի արագություն,}$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \rho \frac{[\vec{v} \times \vec{r}]}{r^3} dV$$

Տամ-Լորենցի ճանաչում:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{[\vec{j} \times \vec{r}]}{r^3} dV$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{[d\vec{\ell} \times \vec{r}]}{r^3}$$

$$\vec{j} dV = I d\vec{\ell}$$

↓
Ետևոր շրջան

Ջրածնային շառավիղի էլեկտրամագնիսային դաշտ:

$$\oint \vec{B} d\vec{\ell} = \mu_0 \int \vec{j} dS$$

Էլեկտրոստատիկ դաշտ: $\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$

Ջրածնային շառավիղի արագության հաշվարկ:

$$\oint_V \vec{B} dS = 0$$

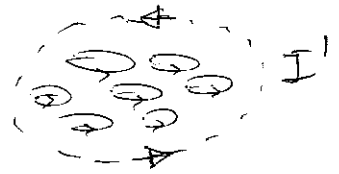
Ջրածնային շառավիղի (ճիշդագույն)
և չի փոխանցվում: ($q_B = 0$)

Արագ. հաշվարկ: $\text{div } \vec{B} = 0$

Ֆերոմագնիսական նյութերում

Ֆերոմագնիսական նյութի մագնիսական դաշտում:

հեղուկի մեջ գտնվում է I' (ձի)



Ֆերոմագնիսական դաշտ: Զի, թի, զա + հեղուկի մեջ - զա

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'$$

$$\oint \vec{B} d\vec{\ell} = \mu_0 (I + I')$$

$$\oint \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - I' \right) d\vec{\ell} = I$$

$$\oint \vec{H} d\vec{\ell} = I$$

$I' \sim \vec{B}$ - հեղուկի մեջ

$$\boxed{I' = \chi H}$$

χ - մագնիսական խափանչ

$$\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \chi H = \vec{H}$$

$$\vec{B} = \mu_0 (1 + \chi) \vec{H}$$

$\mu = \mu_0 (1 + \chi)$ մագնիսական խափանչ

$\mu_r = \mu / \mu_0$ - Ֆերոմագնիսական խափանչ

$\mu_r > 1$ - ֆերոմագնիսական

$\mu_r < 1$ - անֆերոմագնիսական

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{rot } \vec{H} = \vec{J} \\ \text{div } \vec{H} = 0 \\ \vec{B} = \mu \vec{H} \end{array} \right.$$

ճիշդագրության հարցեր (2)

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \vec{J}$$

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = 0$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}$$

$$\nabla \cdot \vec{H} = 0$$

ճիշդագրության հարցեր:

$$\begin{cases} \epsilon_{ijk} \frac{\partial}{\partial x_j} H_k = J_i \\ \frac{\partial H_i}{\partial x_i} = 0 \end{cases}$$

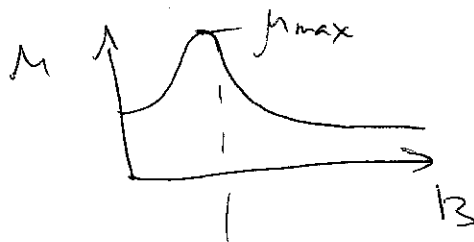
$$B_i = \mu_{ij} H_j$$

$$\mu_{ij} = \begin{pmatrix} \mu_{11} & \mu_{12} & \mu_{13} \\ \mu_{21} & \mu_{22} & \mu_{23} \\ \mu_{31} & \mu_{32} & \mu_{33} \end{pmatrix}$$

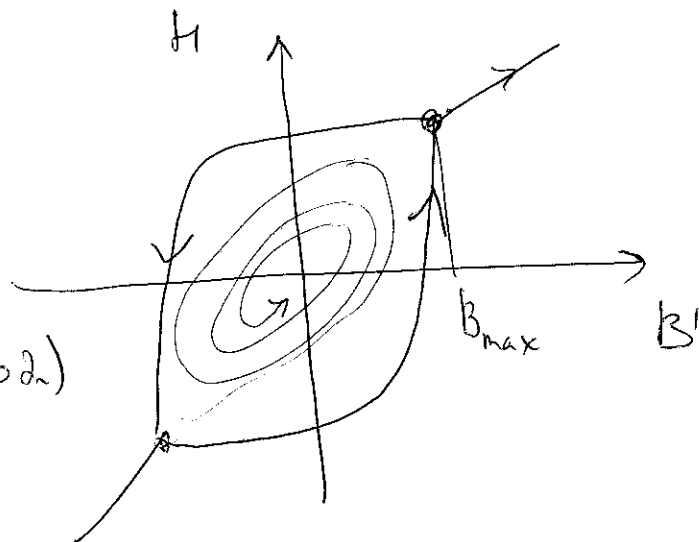
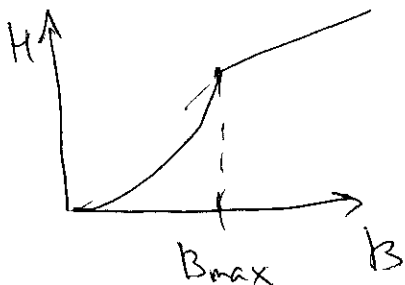
ճիշդագրության հարցեր:

$$\mu_{ij} = \begin{pmatrix} \mu & 0 \\ 0 & \mu \end{pmatrix}$$

$$\vec{H} = \mu \vec{B} \quad - \mu \text{ - օգտագործելի}$$

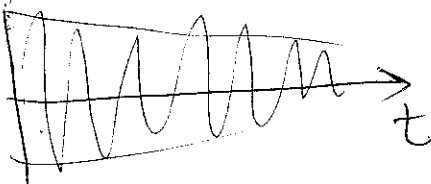


$$\mu = \mu(B)$$



ճիշդագրության հարցեր: Կապիտալ ծախսեր
ձեռնարկում (չի կարողանում ծախսել)

— ճիշդագրության հարցեր



Ֆիզիկական շտաժոնի համաճարակ

$$\begin{aligned} \vec{B} &= \mu \vec{H} \\ \vec{J}_m &= \chi_m \vec{B} \end{aligned} \quad \left\{ \begin{aligned} \nabla \cdot \vec{B} &= 0 \\ \nabla \times \vec{B} &= \mu \vec{J} \end{aligned} \right. \quad \text{համար:} \quad \left\{ \begin{aligned} \nabla \cdot \vec{E} &= \frac{1}{\epsilon} \rho \\ \nabla \times \vec{E} &= 0 \end{aligned} \right.$$

$\vec{J} = 0, \nabla \times \vec{B} = 0$, ֆիզիկական նշանակություն-համաճարակ Φ_m .

↓ չափազանց
հեշտ

$$\boxed{\vec{B} = \nabla \Phi_m}$$

$$\nabla \times \vec{B} = \nabla \times (\nabla \Phi_m) = 0.$$

ֆիզիկական շտաժոնի համաճարակ $\vec{A}$

$$\boxed{\vec{B} \equiv \nabla \times \vec{A}}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = \nabla \cdot \nabla \times \vec{A} = 0.$$

շտաժոն-համաճարակ նշանակում: $\vec{A}' \rightarrow \vec{A} + \nabla \Psi.$

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \rightarrow \nabla \times (\vec{A} + \nabla \Psi) = \vec{B}$$

Ψ - անհիշյալ մասնիկը չեղանկարծելով

$$\nabla \times \vec{B} = \nabla \times \nabla \times \vec{A} = \mu_0 \vec{J}$$

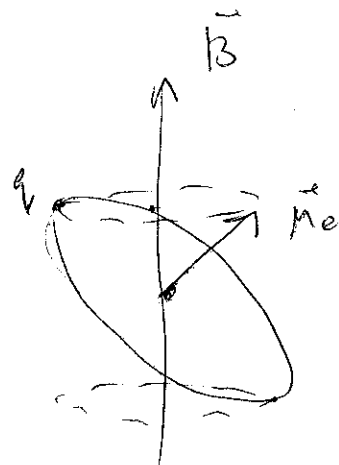
$$\nabla (\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} = \mu_0 \vec{J}$$

այ $\nabla \cdot \vec{A} = 0$

$$\boxed{\Delta \vec{A} = -\mu_0 \vec{J}}$$

მუდამური სხეულის

ძაბვის, დიპოლური, უბიპოლური სხეულის
 ზოგადი დიპოლური მომენტი (დიაგნოზის, B)



$$\Delta \vec{v} = [\vec{\omega} \times \vec{r}]$$

$$\Delta \vec{M} = \frac{1}{2} \int [\vec{r} \times \Delta \vec{v}] \rho dV = \frac{1}{2} \int [\vec{r} \times [\vec{\omega} \times \vec{r}]] \rho dV$$

პროგრამირება:

$$[\vec{r} \times [\vec{\omega} \times \vec{r}]]_z = (\vec{\omega} r^2 - \vec{r}(\vec{\omega} \cdot \vec{r}))_z = \text{აქ } \vec{B} = (0, 0, B) \text{ და } \vec{B} \parallel \vec{z}$$

$$= \omega_z r^2 - z \cdot \omega_z \cdot z = \omega_z (r^2 - z^2) = \omega_z (x^2 + y^2)$$

$$\omega = (0, 0, \omega_z)$$

მუდამური
 სხეულის

$$\Delta M = \frac{1}{2} \omega_z (x^2 + y^2) \int \rho dV = - \frac{q^2 B}{4m} (x^2 + y^2) = - \frac{q^2 B R^2}{6m}$$

$$\vec{J} = N \Delta \vec{M}$$

$$\vec{J} = - \frac{N q^2 R^2}{6m} \vec{B}$$

დიაგნოზის უბიპოლური:

$$\chi_m = - \frac{N q^2 R^2}{6m}$$

մոխմուխի հիշատակ (2)

Ֆիզմա, Թիմոֆեյև

Չորհրդյալի մոմենտի հիշատակ
 ֆիզիկայի ծրարի և հիշատակների

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{B}_{\text{արտ}} = 0 \\ \vec{M}_i = 0 \end{array} \right. \longrightarrow$$

հեռավորության
 մոտակայում
 մագն. մոմենտ.

$$\Delta \vec{v}_i = [\vec{\omega}_L \times \vec{R}_i] \quad - \text{հեռավորության մոտակայում}$$

հիշատակների հիշատակ.

$$\Delta E_K = \frac{m}{2} \sum_{i=1}^N ((\vec{v}_i + \Delta \vec{v}_i)^2 - v_i^2) = (\text{հեռ. շարժումը})$$

$$= \frac{m}{2} \sum_{i=1}^N (2\vec{v}_i \Delta \vec{v}_i + \cancel{\Delta v_i^2}) \quad (|\Delta v_i| \ll |v_i|)$$

հիշատակների հիշատակը հեռավոր
 հեռավորության մոտակայում հիշատակ.

$$\Delta E_K = -\frac{q\vec{B}}{2} \sum_{i=1}^N [\vec{R}_i \times \vec{v}_i] = -\vec{B} \cdot \vec{M}_i \quad (\text{հիշատակ})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \exp(-\frac{U}{KT}) \\ \vec{P} = \frac{N\mu_0^2}{6KT} \vec{E} \end{array} \right\} \parallel \left\{ \begin{array}{l} \exp(+\frac{\vec{M} \cdot \vec{B}}{KT}) \\ \vec{J} = \frac{NM_0^2}{6KT} \vec{B} \end{array} \right.$$

պայտ. $\longleftrightarrow$ ծրար.

$$\left\{ \begin{array}{l} \chi_m = \frac{NM_0^2}{6KT} \\ \chi_{\max} = NM_0 \end{array} \right. \quad - \text{հեռ. մոմենտների}$$

ֆիզիկայի ծրարի հիշատակ.

$$\left\{ \begin{array}{l} \chi < \chi_{\max} \\ \chi \sim \frac{1}{T} \end{array} \right.$$

առաջինը մոմենտների
 հիշատակ.

Մաթեմատիկական ֆիզիկա

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{D} = \epsilon \vec{E} \\ \vec{B} = \mu \vec{H} \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} \nabla \cdot \vec{D} = \rho \\ \nabla \cdot \vec{B} = 0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} [\nabla \times \vec{E}] = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ [\nabla \times \vec{H}] = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \end{array} \right.$$

Ենթադրություն: Մաթեմատիկական ֆիզիկա: $\rho = 0$

Ֆիզիկական ֆիզիկա: $\vec{J} = 0$

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \cdot \vec{D} = 0 \\ \nabla \cdot \vec{B} = 0 \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \end{array} \right.$$

$\downarrow (\vec{E}, \vec{B})$

Համար $\epsilon, \mu = \text{const}$

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \cdot \vec{E} = 0 \\ \nabla \cdot \vec{B} = 0 \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \vec{B} = \epsilon \mu \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{array} \right.$$

$$[\nabla \times [\nabla \times \vec{E}]] = -\nabla \times \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla(\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} [\nabla \times \vec{B}] = -\frac{\partial}{\partial t} (\epsilon \mu \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}) = -\epsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \frac{1}{\epsilon \mu} \nabla^2 \vec{E} = 0$$

Համար:

$$\frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} = c^2$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 \right) \begin{pmatrix} \vec{E} \\ \vec{B} \end{pmatrix} = 0$$

Մաթ. ֆիզ.
Ֆիզիկական
ֆիզիկա

200. 20. 2000 2000 2000.

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{1}{\mu \epsilon} \Delta \right) \begin{pmatrix} \vec{E} \\ \vec{B} \end{pmatrix} = 0$$

$$\bar{c}^2 = \frac{\mu_0 \epsilon_0}{\mu \epsilon} c^2$$

$\swarrow$ $\searrow$
 2000 2000 2000 2000

20 $\boxed{\bar{c}^2 = \frac{1}{\mu_r \epsilon_r}}$ (2000 2000 2000 2000)

2000 2000 2000 2000 (2000 2000 2000)

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \int \vec{E}(\vec{k}, \omega) e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)} d^3\vec{k} d\omega$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} &\rightarrow -i\omega \vec{E} \\ \frac{\partial \vec{E}}{\partial \vec{r}} &\rightarrow i\vec{k} \vec{E} \end{aligned}$$

$$(-i\omega)^2 \vec{E} - \frac{1}{\mu \epsilon} (i\vec{k})^2 = 0$$

$$\boxed{\omega^2 = \frac{k^2}{\mu \epsilon}}$$

200. 20. 2000 2000
2000 2000 $\omega = \omega(k)$

$$\bar{c} = \frac{c}{n}$$

2000 2000 2000 2000 (2000 2000)

$$n = \sqrt{\mu_r \epsilon_r} \quad (\text{2000 2000 2000})$$

ጋ.ጁ.ጋ.ጋ. ስልጽጎ 3ኛው ምዕረ (2)

$$[\vec{k} \times \vec{B}] = \epsilon \mu (-i\omega \vec{E}) \quad (\text{ከፍተኛው ስልጽጎ ጋ.ጁ.ጋ.ጋ. ስልጽጎ ምዕረ})$$

$$B = -\epsilon \mu \frac{\omega}{k} E = \mp \frac{\mu \epsilon}{\sqrt{\mu \epsilon}} E = \mp \sqrt{\mu \epsilon} E$$

$$W = \frac{1}{4} \left(\epsilon E^2 + \frac{1}{\mu} B^2 \right) = \frac{1}{4} \left(\epsilon E_0^2 + \frac{\mu \epsilon E_0^2}{\mu} \right) = \frac{\epsilon E_0^2}{2}$$

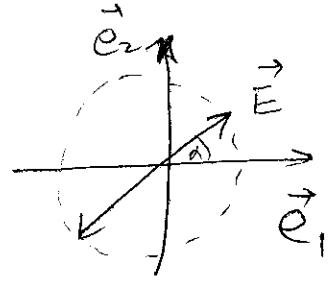
ጋ.ጁ.ጋ.ጋ. ስልጽጎ (ከፍተኛው ስልጽጎ ጋ.ጁ.ጋ.ጋ. ስልጽጎ)

$$\vec{S} = \frac{1}{2} [\vec{E} \times \vec{H}] = \frac{1}{2\mu} [\vec{E} \times \vec{B}] = \mp \frac{1}{2\mu} E_0 \sqrt{\mu \epsilon} E_0$$

$$\boxed{\vec{S} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E_0^2 \frac{\vec{k}}{k}}$$

Imp. 2.2.2. Elementare Superpositionen

$$\vec{E} = \vec{e}_1 E_1 + \vec{e}_2 E_2$$



$$\vec{E} = \vec{e}_1 E_1^0 e^{(i\vec{k}\vec{r} - i\omega t - i\varphi_1)} + \vec{e}_2 E_2^0 e^{(i\vec{k}\vec{r} - i\omega t - i\varphi_2)}$$

$\vec{e}_1, \vec{e}_2$ - orthogonale Einheitsvektoren

$$E_j = E_j^0 \exp(i\varphi_j) \quad j=1,2.$$

$$\vec{E} = (\vec{e}_1 E_1 + \vec{e}_2 E_2) \exp(i\vec{k}\vec{r} - i\omega t)$$

$$\begin{aligned} |E_1| &= |E_2| \\ \varphi_1 &= \varphi_2 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} E^2 = E_1^2 + E_2^2 = 2E_1^2 \\ \tan \alpha = \frac{E_2}{E_1} \end{cases}$$

Orthogonale Superposition, Orthogonale Superposition,

Orthogonale: $|E_1| \neq |E_2|$

$$|E_1| = |E_2|$$

$$\varphi_1 = \varphi_2 \pm \frac{\pi}{2}$$

$$E_1 = |E_1| \exp(i\frac{\pi}{2})$$

$$E_2 = |E_2|$$

$$\vec{E} = (\vec{e}_1 E_1 + \vec{e}_2 E_2) \exp(i\vec{k}\vec{r} - i\omega t) = (\vec{e}_1 E_1 \pm i \vec{e}_2 E_2) \exp(i\vec{k}\vec{r} - i\omega t)$$

2. მ. დ. დ. ფიზიკის სემინარი (2)

$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ — პოლარული კოორდინატების

საფუძველი $\vec{e}_3 \parallel \vec{k}$.

$$\vec{e}_{\pm} \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{e}_1 \pm i \vec{e}_2)$$

$$\begin{array}{l} 1) \vec{e}_{\pm}^* \vec{e}_{\mp} = 0 \\ 2) \vec{e}_{\pm}^* \vec{e}_{\pm} = 1 \\ 3) \vec{e}_{\pm}^* \vec{e}_3 = 0 \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} \vec{e}_+ = \frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{e}_1 + i \vec{e}_2) \\ \vec{e}_- = \frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{e}_1 - i \vec{e}_2) \\ \vec{e}_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} (\vec{e}_+ + \vec{e}_-) \\ \vec{e}_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2} i (\vec{e}_+ - \vec{e}_-) \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \frac{2}{\sqrt{2}} \vec{e}_1 = \vec{e}_+ + \vec{e}_- \\ \frac{2}{\sqrt{2}} i \vec{e}_2 = \vec{e}_+ - \vec{e}_- \end{array}$$

$$\vec{E} = \vec{e}_1 \xi_1 + \vec{e}_2 \xi_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \xi_1 \vec{e}_+ + \frac{\sqrt{2}}{2} \xi_1 \vec{e}_- - i \frac{\sqrt{2}}{2} \xi_2 \vec{e}_+ + i \frac{\sqrt{2}}{2} \xi_2 \vec{e}_-$$

$$\vec{E} = \vec{e}_+ \xi_+ + \vec{e}_- \xi_-$$

$$\left[\begin{array}{l} \xi_+ = \frac{\sqrt{2}}{2} (\xi_1 - i \xi_2) \\ \xi_- = \frac{\sqrt{2}}{2} (\xi_1 + i \xi_2) \end{array} \right.$$

Նյութիկու Տվածություն

Կլորի շրջանում հարկվող, չփակված շրջանում մեկ տվածություն:

$$|\vec{e}_1 \vec{E}|^2, |\vec{e}_2 \vec{E}|^2, |\vec{e}_+ \vec{E}|^2, |\vec{e}_- \vec{E}|^2$$

Նյութիկու տվածություն: S_0, S_1, S_2, S_3

$$S_0 \equiv |\vec{e}_1 \vec{E}|^2 + |\vec{e}_2 \vec{E}|^2$$

$$S_1 \equiv |\vec{e}_1 \vec{E}|^2 - |\vec{e}_2 \vec{E}|^2$$

$$S_2 \equiv 2 \operatorname{Re} [(\vec{e}_1 \vec{E})^* (\vec{e}_2 \vec{E})] \quad (\text{հորիզոնական ճիգեր})$$

$$S_3 \equiv 2 \operatorname{Im} [(\vec{e}_1 \vec{E})^* (\vec{e}_2 \vec{E})] \quad (\text{կոմպոնենտների ճիգեր})$$

Կլորի նյութիկու տվածություններ:

$$S_0 = S_1 + S_2 + S_3$$

Ծանոթություն: Չպահանջվող կլորիկու մեկ տվածություններ:

ელ. და მაგ. ვედიანი მაქსველის განტოლებები

10-1

მაქსველის ვედიანობები ნაკლებად $\rho=0$ და $\vec{J}=0$.

$$\begin{cases} [\nabla \times \vec{E}] = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ [\nabla \times \vec{B}] = \epsilon \mu \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{cases}$$

თუ გავიყვანოთ ორივე განტოლება: $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$, $\vec{B} = \mu \vec{H}$

მაქსველის ვედიანობები უმარტივესი და მაგნიტური ვედიანობების დამოკიდებულების.

$$\begin{cases} [\nabla \times \vec{E}] = - \mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \\ [\nabla \times \vec{H}] = \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{cases}$$

გარეგნული მაგნიტური ვედიანი, მაგნიტური: $\begin{cases} \mu = \text{const.} \\ \epsilon \neq \text{const.} \end{cases}$
 $\epsilon = \epsilon(\vec{r})$

ვარსებობს ფორმული: $\vec{E} = \int \vec{\tilde{E}}(\omega, \vec{r}) \exp(i\omega t) d\omega$

და მაქსველი: $\vec{E} \sim \exp(i\omega t)$

მაგნიტური $\frac{\partial \vec{E}(\omega)}{\partial t} \sim i\omega \vec{E}(\omega)$

თუ მაქსველის ვედიანობები უმარტივესი და მაგნიტური ვედიანობების დამოკიდებულების ფორმული:

$$\begin{cases} [\nabla \times \vec{E}] = - i\omega \mu \vec{H} \\ [\nabla \times \vec{H}] = i\omega \epsilon \vec{E} \end{cases}$$

ճշգրտագին:

$$\begin{cases} \vec{H} = -\frac{[\nabla \times \vec{E}]}{i\omega\mu} \\ \vec{E} = \frac{[\nabla \times \vec{H}]}{i\omega\varepsilon} \end{cases}$$

Ենթադրենք, որ:

$$[\nabla \times \vec{H}] = [\vec{\nabla} \times \left(+\frac{[\nabla \times \vec{H}]}{i\omega\varepsilon} \right)] = -i\omega\mu\vec{H}$$

$$\omega = \text{const}: \left[\nabla \times \frac{[\nabla \times \vec{H}]}{\varepsilon} \right] = \omega^2\mu\vec{H}$$

$$-\frac{(\nabla\varepsilon)}{\varepsilon^2} [\nabla \times \vec{H}] + \frac{1}{\varepsilon} [\nabla \times [\nabla \times \vec{H}]] = \omega^2\mu\vec{H}$$

$$\text{ճշգրտագին: } [\nabla^a \times [\nabla^b \times \vec{H}]] = \vec{\nabla} \cdot (\nabla \vec{H}) - \nabla^2 \vec{H}$$

$$\nabla \vec{H} = 0 \quad (\text{կարծր լուծվածք } \nabla \vec{E} = 0)$$

$$-\frac{(\nabla\varepsilon)}{\varepsilon^2} [\nabla \times \vec{H}] - \frac{\nabla^2 \vec{H}}{\varepsilon} = \omega^2\mu\vec{H}, \quad (\nabla^2 \equiv \Delta)$$

$$\boxed{\Delta \vec{H} + \frac{(\nabla\varepsilon)}{\varepsilon} \cdot [\nabla \times \vec{H}] + \mu\varepsilon \cdot \omega^2 \vec{H} = 0}$$

ճշգրտագին թմադրվածքներ $\vec{E}$ - կաշի:

$$\left[\nabla \times \left(-\frac{[\nabla \times \vec{E}]}{i\omega\mu} \right) \right] = +i\omega\varepsilon\vec{E}$$

$$\omega, \mu = \text{const.}$$

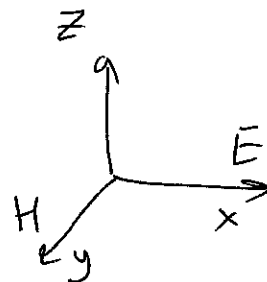
$$-[\nabla \times [\nabla \times \vec{E}]] = -\omega^2\mu\varepsilon\vec{E}$$

გვინტერესებს, რომ ნივთიერება $\rho = 0$, $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$.

$$\text{და } [\nabla \times [\nabla \times \vec{E}]] = -\Delta \vec{E}$$

$$\boxed{\Delta \vec{E} + \mu \epsilon \omega^2 \vec{E} = 0}$$

დავიხილოთ კოორდინატის სისტემა.



z - ძალის გავრცელების მიმართულება.

ნივთიერება უცვლელია, რომ $\vec{E} \perp \vec{H}$, დავუშვათ რომ $\begin{pmatrix} \vec{E} \parallel \vec{e}_x \\ \vec{H} \parallel \vec{e}_y \end{pmatrix}$

მა სისტემაში: $\vec{E} = (E, 0, 0)$

$$\vec{H} = (0, H, 0)$$

$$\nabla E = \left(\frac{\partial E}{\partial x}, \frac{\partial E}{\partial y}, \frac{\partial E}{\partial z} \right)$$

დავუშვათ

$$\boxed{E = E(z)}$$

აქედან: $\nabla E = (0, 0, E'(z))$

$$, \quad \left(E'(z) \equiv \frac{dE(z)}{dz} \right)$$

ჩვენ გვინტერესებს განვიხილოთ x მიმართულებით

$$(\Delta \vec{E})_x + (\mu \epsilon \omega^2 \vec{E})_x = 0$$

$$\boxed{\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) E + \mu \epsilon \omega^2 E = 0}$$

გვინტერესებს განვიხილოთ y მიმართულებით

$$(\Delta \vec{H})_y + \left(\frac{\nabla E}{E} \cdot [\nabla \times \vec{H}] \right)_y + (\mu \epsilon \omega^2 \vec{H})_y = 0$$

$$\Delta H + \frac{\varepsilon'(z)}{\varepsilon} \frac{\partial H}{\partial z} + \mu \varepsilon \omega^2 H = 0$$

14-4

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) H + \frac{\varepsilon'(z)}{\varepsilon} \frac{\partial H}{\partial z} + \mu \varepsilon \omega^2 H = 0$$

სივსრულად:
$$\begin{cases} E \sim \exp(-i\alpha x) \\ H \sim \exp(-i\alpha y) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial E}{\partial x} = -i\alpha E \\ \frac{\partial H}{\partial y} = -i\alpha H \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 E}{dz^2} + (\mu \varepsilon \omega^2 - \alpha^2) E &= 0 \\ \frac{d^2 H}{dz^2} + \frac{\varepsilon'(z)}{\varepsilon} \frac{dH}{dz} + (\mu \varepsilon \omega^2 - \alpha^2) H &= 0 \end{aligned}$$

სადა, როგორც აღვნიშნეთ უკანასკნელ განტოლებაში $\mu = \text{const}$, $\varepsilon = \varepsilon(z)$.

დავუბნებთ:

გამოყენება უკანასკნელ განტოლებაში, სადა:

1) $\varepsilon = \varepsilon(z)$

$\mu = \mu(z)$

2) $\varepsilon = \varepsilon(z)$

$\mu = \mu(x)$

აშუბლსა და პოტენციალს უკავშირებს:

$$\frac{d^2 E}{dz^2} + (\mu \epsilon \omega^2 - \kappa^2) E = 0$$

$$\Omega^2 \equiv \mu \epsilon \omega^2 - \kappa^2, \quad \frac{d^2 E}{dz^2} + \Omega^2 E = 0$$

WKB აშუბლი: საშუალო, რეალური ($\Omega'(z) \ll \Omega^2$)

აღიზიანებული მდგომარეობა. (ელ.მგ. ძალა) = $\begin{pmatrix} \text{გამოძახებული} \\ \text{მდგომარეობა} \end{pmatrix}$

აშუბლი: $E = \frac{Ae}{\sqrt{\Omega}} \exp\left(\pm i \int \Omega dz\right)$

1) $\Omega^2 > 0$ $E = \text{Re}\left(\frac{Ae}{\sqrt{\Omega}} \exp\left(\pm i \int \Omega dz\right)\right) \sim \sin \varphi$
 მსვლელობის მდგომარეობა.

2) $\Omega^2 < 0$ $E \sim \exp(\pm \sigma z)$ $\sigma = i\Omega$

გამოსვლა Ω : ელემენტარული შიდა და გარე
 აშუბლი.

$|E| = \left(\frac{Ae}{\sqrt{\Omega}}\right)^2$, ანუ ელ.მგ. ძალის კვადრატის კუთვნილება
 ე.წ. აღიზიანებული ინტენსიტეტი: I_A .

$$I_A \equiv E \cdot \Omega$$

შეგვიძლია გავტოლოთ შეტყობინება-სიძინებებისთვის.

11-6

$$\frac{d^2 H}{dz^2} + \frac{\epsilon'(z)}{\epsilon} \frac{dH}{dz} + (\mu \epsilon \omega^2 - \alpha^2) H = 0$$

შეგვიძლია ვთქვათ, რომელიც გაქრის ნივთიერების (dH/dz)

$$H \equiv \bar{H} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2} \int \frac{\epsilon'(z)}{\epsilon} dz\right)$$

შეგვიძლია:

$$H' = \bar{H}' \cdot \exp + \frac{1}{2} \frac{\epsilon'(z)}{\epsilon} \cdot \bar{H} \cdot \exp.$$

$$H'' = \bar{H}'' \cdot \exp - \frac{\epsilon'(z)}{\epsilon} \bar{H}' \cdot \exp - \frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon'(z)}{\epsilon}\right)' \bar{H} \exp + \frac{1}{4} \left(\frac{\epsilon'(z)}{\epsilon}\right)^2 \bar{H} \exp;$$

შეგვიძლია:

$$\bar{H}'' \exp - \frac{\epsilon'}{\epsilon} \bar{H}' \exp - \frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon'(z)}{\epsilon}\right)' \bar{H} \exp + \frac{1}{4} \left(\frac{\epsilon'}{\epsilon}\right)^2 \bar{H} \exp + \frac{\epsilon'(z)}{\epsilon} \cdot \left(\bar{H}' \exp - \frac{1}{2} \frac{\epsilon'}{\epsilon} \bar{H} \exp\right) + [\mu \epsilon \omega^2 - \alpha^2] \bar{H} \exp = 0$$

exp - სივრცის;

$$\bar{H}'' + \left[\mu \epsilon \omega^2 - \alpha^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon'}{\epsilon}\right)' - \frac{1}{4} \left(\frac{\epsilon'}{\epsilon}\right)^2 \right] \bar{H} = 0$$

გამოვიყენოთ E სიძინებების შეტყობინების დამხმარება

შეგვიძლია- ვთქვათ, შეგვიძლია ახლა აღვნიშნავდეთ:

$$\bar{H} = H \cdot \exp\left(\frac{1}{2} \int \frac{\varepsilon'(z)}{\varepsilon} dz\right)$$

$$\bar{\Omega}^2 \equiv \mu \varepsilon \omega^2 - \omega^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\right)' - \frac{1}{4} \left(\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\right)^2 = \Omega^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\right)' - \frac{1}{4} \left(\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\right)^2$$

$$\frac{d^2 \bar{H}}{dz^2} + \bar{\Omega}^2 \bar{H} = 0$$

ձեռնարկ WKB ձևաչափում:

$$\bar{H} = \frac{A_m}{\sqrt{\bar{\Omega}}} \exp\left(\pm i \int \bar{\Omega} dz\right)$$

ժայռի շրջափակ չի լինում:

$$\bar{\Omega}^2 > 0$$

$$\Omega^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\right)' - \frac{1}{4} \left(\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\right)^2$$

Լազեր

1. Դիտարկենք ձեռնարկում
լազերի E և ձեռնարկի H ձևեր
լազերային ձևեր, որոնց
$$\varepsilon = \varepsilon_0 \left(1 + \frac{z}{z_0}\right)$$

2. Լազերային (լազերային) ձևեր
լազերի և ձեռնարկի ձևեր
լազերային ձևերի ձևեր: A_e, A_m

լազերային ձևերի ձևեր: Լազերային ձևեր:
 $-i \omega E = \mu \omega H$