

ლექცია 5.

5.1 დიელექტრიკული გარემოს პოლარიზაცია: მოლეკულები არანულოვანი დიპოლური მომენტით

განვიხილოთ შემთხვევა, როდესაც ინდივიდუალურ მოლეკულებს გააჩნიათ არანულოვანი ელექტრული დიპოლური მომენტი მაშინაც კი, როდესაც გარეშე ელექტრული ველის დაძაბულობა ნულია:

$$\begin{cases} \mathbf{E} = 0 \\ \mathbf{p}_0 \neq 0 \end{cases} \quad (5.1)$$

სადაც $\mathbf{E}$ გარეშე ელექტროსტატიკური ველის დაძაბულობაა, ხოლო $\mathbf{p}_0$ - მოლეკულის დიპოლური მომენტი. ამ ტიპის მოლეკულებში დადებითი და უარყოფითი მუხტების განაწილების ცენტრები ერთმანეთის მიმართ წანაცვლებულია (მაგ. NH_3 , SO_2). გარეშე ელექტრულ ველში ინდივიდუალური მოლეკულის დიპოლების მიმართულებები დალაგდებიან უპირატესად გარეშე ველის მიმართულებით. შესაბამისად, დიელექტრიკის ჯამური პოლარიზაცია ძირითადად განისაზღვრება ინდივიდუალური მოლეკულების დიპოლური მომენტებით. ამ შემთხვევაში ჩვენ ვუგულისხმობთ მოლეკულების "დრეკადობით" და ვითვლით დიელექტრიკის პოლარიზაციას რომელიც გამოწვეულია ინდივიდუალური მოლეკულების დიპოლური მომენტების (ვექტორული) ჯამით.

დიპოლური მომენტები ავჯამოთ სფერულ კოორდინატთა სისტემაში (r, ϕ, θ) . ამ სისტემაში $f(r, \phi, \theta)$ ფუნქციის ინტეგრალი ყველა ცვლადით გამოითვლება ფორმულით:

$$\int_0^\infty \int_0^{2\pi} \int_0^\pi f(r, \phi, \theta) r^2 dr d\phi \sin(\theta) d\theta. \quad (5.2)$$

გარეშე ელექტრული ველი მივმართოთ ვერტიკალურად ზევით, ანუ სფერულ კოორდინატებში $\theta = 0$ მიმართულებით. ჯამური პოლარიზაციის გამოსათვლელად მნიშვნელოვანია მოლეკულების დიპოლური მომენტების მიმართულების და გარეშე ველის მიმართულებას შორის კუთხე θ . ამ შემთხვევაში ჩვენ ვითვლით რომ განაწილება ϕ კუთხით სიმეტრიულია და ჯამური მომენტი ჰორიზონტალურ სიბრტყეში ნულია. ვთქვათ დიპოლების რიცხვი, რომელთა მიმართულება ხვდება სხეულოვან კუთხეში θ -დან $\theta + d\theta$ -მდე არის dN (იხ. Fig. 5.1). მაშინ მოლეკულების სრული რიცხვი შეგვიძლია დავადგინოთ ინტეგრებით:

$$N = \int_0^\pi C \cdot \sin(\theta) d\theta, \quad (5.3)$$

სადაც C მუდმივაა. მოლეკულები მოძრაობენ ქაოსურად. მათი სტატისტიკური განაწილების აღსაწერად U პოტენციური ენერგიის ველში გამოვიყენოთ ბოლცმანის

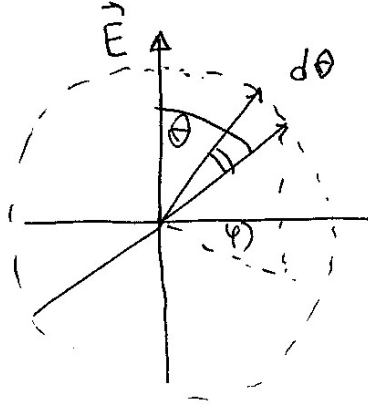


Figure 5.1: სფერულ კოორდინატთა სისტემა და სხეულოვანი კუთხე $(\theta, \theta + d\theta)$.

განაწილება:

$$\exp\left(-\frac{U}{KT}\right). \quad (5.4)$$

გავიხსენოთ პოლარიზაციის ენერგია:

$$U = -\frac{1}{2}\mathbf{p}_0\mathbf{E} = -\frac{1}{2}p_0E \cos(\theta). \quad (5.5)$$

(5.3) და (5.4) განტოლებების გამოყენებით მივიღებთ მოლეკულების რიცხვის განაწილების დიფერენციალურ კანონს:

$$dN = C \cdot \exp\left(\frac{p_0E \cos(\theta)}{2KT}\right) \sin(\theta)d\theta. \quad (5.6)$$

α პარამეტრის შემოყვანით:

$$\alpha \equiv \frac{p_0E}{2KT}, \quad (5.7)$$

მივიღებთ:

$$dN = C \cdot \exp(\alpha \cos(\theta)) \sin(\theta)d\theta. \quad (5.8)$$

ჩვეულებრივ დიელექტრიკებში ელექტრული პოლარიზაცია უფრო სუსტი ეფექტია მიკროსკოპულ სითბურ მოძრაობასთან შედარებით. ამ შემთხვევაში სამართლიანია უტოლობა:

$$\alpha \ll 1. \quad (5.9)$$

ამ მიახლოებაში შეგვიძლია შემოვიფარგლოთ ექსპონენციალური ფუნქციის ტეილორის მწკრივად გაშლის პირველი ორი წევრით:

$$\exp(\alpha \cos(\theta)) \approx 1 + \alpha \cos(\theta). \quad (5.10)$$

შესაბამისად მივიღებთ, რომ

$$dN = C \cdot (1 + \alpha \cos(\theta)) \sin(\theta)d\theta. \quad (5.11)$$

მოლეკულების სრული რიცხვის მისაღებად ჩავატაროთ ინტეგრება:

$$N = \int dN = \int_0^\pi C \cdot (1 + \alpha \cos(\theta)) \sin(\theta)d\theta = -\left[\cos(\theta) + \frac{\alpha}{2} \cos^2 \theta\right]_0^\pi = 2C. \quad (5.12)$$

C პარამეტრის (5.11) განტოლებაში ჩასმით მივიღებთ მოლეკულების რიცხვის განაწილებას θ კუთხის მიხედვით:

$$dN = \frac{N}{2} \cdot (1 + \alpha \cos(\theta)) \sin(\theta) d\theta . \quad (5.13)$$

$d\theta$ კუთხით მიმართული დიპოლების წვლილი ჯამურ პოლარიზაციაში განისაზღვრება მათი გეგმილით გარეშე (ვერტიკალური) ელექტრული ველის გასწვრივ:

$$dp = p_0 \cos(\theta) dN . \quad (5.14)$$

(5.13) ფორმულის გამოყენებით:

$$dp = \frac{Np_0}{2} (1 + \alpha \cos(\theta)) \cos(\theta) \sin(\theta) d\theta . \quad (5.15)$$

დიელექტრიკის პოლარიზაცია შეიძლება გამოვითვალოთ სხვადასხვა კუთხით მიმართული დიპოლების აჯამებით, ანუ შემდეგი კუთხური ინტეგრალით:

$$\begin{aligned} P &= \frac{Np_0}{2} \int_0^\pi (1 + \alpha \cos(\theta)) \cos(\theta) \sin(\theta) d\theta = -\frac{Np_0}{2} \int_0^\pi (\cos(\theta) + \alpha \cos^2(\theta)) d(\cos(\theta)) = \\ &= -\frac{Np_0}{2} \left[\frac{\cos^2(\theta)}{2} + \alpha \frac{\cos^3(\theta)}{3} \right]_0^\pi = \alpha \frac{Np_0}{3} . \end{aligned}$$

α -ს მნიშვნელობის ჩასმით:

$$P = \frac{Np_0^2 E}{6KT} . \quad (5.16)$$

დიელექტრიკის პოლარიზაცია უკუპროპორციულია ტემპერატურის: $P(T) \sim 1/T$. ტემპერატურის შემცირებისას ამ ფორმულის მიხედვით პოლარიზაცია მიისწრაფის უსასრულობისკენ: $T \rightarrow 0 : P \rightarrow \infty$. თუმცა, გასაგებია, რომ მაქსიმალური პოლარიზაცია, რაც კი შეიძლება დიელექტრიკმა მიიღოს მიიღწევა იმ შემთხვევაში როდესაც ყოველი მოლეკულის დიპოლური მომენტის მიმართულება დაემთხვევა გარეშე ველის მიმართულებას და ისინი აიჯამებიან დანაკარგების გარეშე:

$$P_{\max} = Np_0 .$$

ეს უკანასკნელი მიგვითითებს, რომ ფორმულა (5.16) არ არის სამართლიანი დაბალ ტემპერატურებზე. მართლაც, მისი გამოყენებისას ჩვენ გამოვიყენეთ α პარამეტრის სიმცირის პირობა:

$$p_0 E \ll 2KT ,$$

რომელიც ირღვევა დაბალტემპერატურული დიელექტრიკული გარემოსათვის. ფორმალურად, ჩვენ შეგვიძლია დავაწესოთ (5.16)-ის გამოყენების ქვედა ზღვარი - მინიმალური ტემპერატურა, რომელზედაც პოლარიზაცია უდრის მაქსიმალურ შესაძლო მნიშვნელობას:

$$P = \frac{Np_0^2 E}{6KT_{\min}} = P_{\max} ,$$

საიდანაც გამოვითვლით მინიმალურ ტემპერატურას:

$$T_{\min} = \frac{p_0 E}{6K} . \quad (5.17)$$

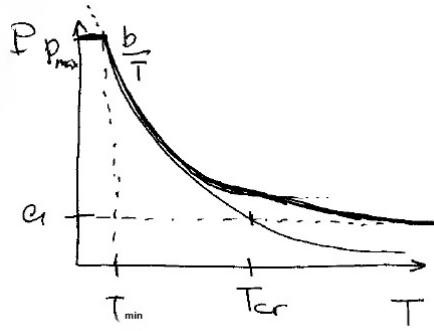


Figure 5.2: დიელექტრიკის პოლარიზაციის დამოკიდებულება ტემპერატურაზე მუდმივ გარე ელექტროსტატიკურ ველში.

ზოგადად დიელექტრიკის პოლარიზაციაში წვლილი შეაქვს ორივე ეფექტს, როგორც მოლეკულების დიპოლების ორიენტაციის ცვლილებას, ასევე მათ "კვაზიდრეკად" დეფორმაციას:

$$\mathbf{P} = N\beta\mathbf{E} + \frac{Np_0^2}{6KT}\mathbf{E}, \quad (5.18)$$

სადაც β მოლეკულების ელექტრული "დრეკადობის" პარამეტრია. პოლარიზაციის დამოკიდებულება ტემპერატურაზე განსაზღვრება მარტივი კანონით (იხ. Fig. 5.2) $P \sim a + b/T$, სადაც $a = N\beta E$, ხოლო $b = Np_0^2 E / (6KT)$.

მაღალ ტემპერატურებზე დიპოლების ორიენტაციის წვლილი მაკროსკოპულ პოლარიზაციაში ხდება უმნიშვნელო (იხ. ფორმულა 5.18-ს მეორე წევრი) და პოლარიზაცია ძირითადად გამოწვეულია მოლეკულების დრეკადი დეფორმაციით გარეშე ელექტრულ ველში. ეს ბუნებრივიცაა, რადგან მაღალ ტემპერატურებზე მოლეკულების ქაოსური მოძრაობის საშუალო კინეტიკური ენერგია მატულობს და შესაბამისად მათი დაჯახებები ხელს უშლიან დიპოლების ერთი მიმართულებით ორიენტაციას. ჩვენ შეგვიძლია შევაფასოთ კრიტიკული ტემპერატურა T_{cr} , როდესაც მოლეკულების კვაზიდრეკადი დეფორმაციისა და დიპოლების ორიენტაციის წვლილი ჯამურ პოლარიზაციის ვექტორში ტოლია:

$$N\beta = \frac{Np_0^2}{6KT_{cr}},$$

ანუ

$$T_{cr} = \frac{p_0^2}{6K}. \quad (5.19)$$

შესაბამისად, დიელექტრიკის პოლარიზაცია მუდმივ გარეშე ელექტროსტატიკურ ველში სხვადასხვა ტემპერატურულ რეჟიმებში დიპოლური ელექტრული მომენტის მოლეკულების შემთხვევაში შეიძლება წარმოვადგინოთ შემდეგი სახით:

$$\begin{cases} P = Np_0 & (T \ll T_{min}) \\ P = Np_0^2 E / (6KT) & (T_{min} < T < T_{cr}) \\ P = N\beta E & (T_{cr} \ll T) \end{cases} \quad (5.20)$$

თუ გავიხსენებთ, რომ იზოტროპულ ერთგვაროვან დიელექტრიკში $\mathbf{P} = (\epsilon - \epsilon_0)\mathbf{E}$, (5.18) განტოლების გამოყენებით მივიღებთ გარემოს დიელექტრიკული შეღწევადობის ტემპერატურაზე დამოკიდებულების კანონს:

$$\epsilon = \epsilon_0 + N \left(\beta + \frac{p_0^2}{6KT} \right) \quad (5.21)$$

5.2 ელექტრული ველი პოლარიზებულ დიელექტრიკში

ვიპოვოთ a რადიუსის დიელექტრიკული სფეროს პოტენციალის განაწილება, თუკი ელექტრული მუხტის მოცულობითი სიმკვრივე დიელექტრიკში უდრის ρ_0 -ს.

5.3 ცვალებადი დიელექტრიკული შეღწევადობის გარემო: $\epsilon = \epsilon(\mathbf{r})$

5.4 დიელექტრიკზე მოქმედი პონდერომოტორული ძალები