

Lecture 8

ასტროფიზიკის და პლანეტის ფიზიკის ამოცანების მოდელირება

პრ. თეგუაძე (2011)

Shock Waves

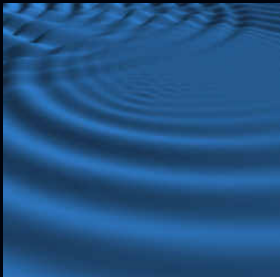
Kajima's Supernova Remnant - SN 1004

Jets from Young Stars


HST - WFPC2

Source: NASA, ESA, and the Hubble Space Telescope Science Center

Water Waves



Small amplitude waves



Large amplitude waves

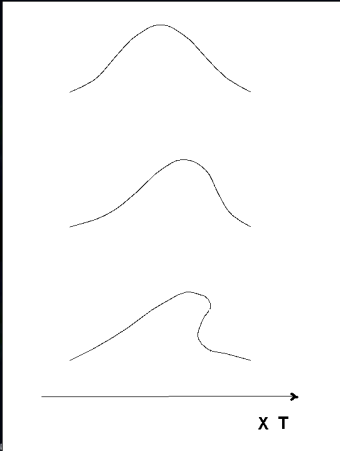
ასტროფიზიკის და პლანეტის ფიზიკის ამოცანების მოდელი

2011

Shock Development

Wave front steepening

- Transverse waves
- Longitudinal waves

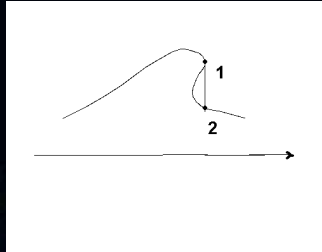


აბრევირებული

აშუშის მოდელი

2011

Jumps



Discontinuous solutions obeying conservation laws

Jumps in (P, Rho, V, T);

Continuous (E,M)

ასტროფიზიკის და პლაზმის ფიზიკის ამოცანების მოდელირება

ალ. თევზაძე (2011)

Rankine-Hugoniot Equation

1D Euler equations:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho}{\partial t} &= -\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) \\ \frac{\partial \rho u}{\partial t} &= -\frac{\partial}{\partial x}(\rho u^2 + p) \\ \frac{\partial \rho E}{\partial t} &= -\frac{\partial}{\partial x}\left[\rho u \left(e + \frac{1}{2}u^2 + p/\rho\right)\right], \quad E = e + \frac{1}{2}u^2 + p/\rho\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}s(\rho_2 - \rho_1) &= \rho_2 u_2 - \rho_1 u_1 \\ s(\rho_2 u_2 - \rho_1 u_1) &= (\rho_2 u_2^2 + p_2) - (\rho_1 u_1^2 + p_1) \\ s(\rho_2 E_2 - \rho_1 E_1) &= \left[\rho_2 u_2 \left(e_2 + \frac{1}{2}u_2^2 + p_2/\rho_2\right)\right] - \left[\rho_1 u_1 \left(e_1 + \frac{1}{2}u_1^2 + p_1/\rho_1\right)\right].\end{aligned}$$

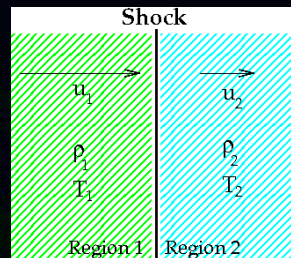
ასტროფიზიკის და პლაზმის ფიზიკის ამოცანების მოდელირება

ალ. თევზაძე (2011)

Rankine-Hugoniot Equation

Conservative constraints $s=0$:

$$\begin{aligned}\rho_1 u_1 &= \rho_2 u_2 \\ p_1 + \rho_1 u_1^2 &= p_2 + \rho_2 u_2^2 \\ e_1 + \frac{p_1}{\rho_1} + \frac{1}{2}u_1^2 &= e_2 + \frac{p_2}{\rho_2} + \frac{1}{2}u_2^2\end{aligned}$$



Stationary shock

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{(\gamma + 1) - (\gamma - 1)\frac{\rho_2}{\rho_1}}{(\gamma + 1)\frac{\rho_2}{\rho_1} - (\gamma - 1)}$$

ასტროფიზიკის და პლაზმის ფიზიკის ამოცანების მოდელირება

ალ. თევზაძე (2011)

Shock Consequences

Viscous Heating

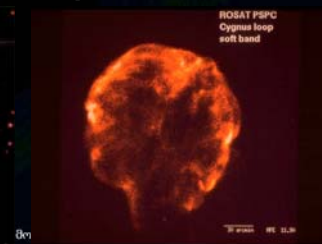
Bow shock produced by a neutron star



Supernova envelope



Supernova remnant



ასტ.

მზ.

ალ. თევზაძე (2011)

HD Linear Spectrum

Fourier Analysis:

$$(V, P, \rho) \sim \exp(i k r - i \omega t)$$

Dispersion Equation:

$$\omega^2 (\omega^2 - C_s^2 k^2) = 0$$

Solutions:

Vortices: $\omega^2 = 0$

Sound waves: $\omega^2 = C_s^2 k^2$

ასტროფიზიკის და პლანეტის ფიზიკის ამოცანების მოდელირება

ალ. თევზაძე (2011)

HD Discontinuities

Sound waves \rightarrow Shocks

$$(P1, \rho1, Vn1) \rightarrow (P2, \rho2, Vn2) ;$$

$$\underline{Vt1 = Vt2}$$

Vortex \rightarrow Contact Discontinuity

$$Vt1 \rightarrow Vt2 ;$$

$$(P1, \rho1, Vn1) = (P2, \rho2, Vn2)$$

ასტროფიზიკის და პლანეტის ფიზიკის ამოცანების მოდელირება

ალ. თევზაძე (2011)

MHD

Fast magnetosonic waves;

Slow magnetosonic waves;

Alfven waves;

Fast shocks;

Slow shocks;

Contact shocks;

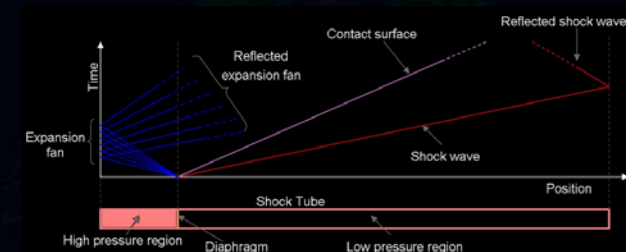
ასტროფიზიკის და პლანეტის ფიზიკის ამოცანების მოდელირება

ალ. თევზაძე (2011)

Riemann Problem

Shocks in Euler equations

1D: Shock tube problem

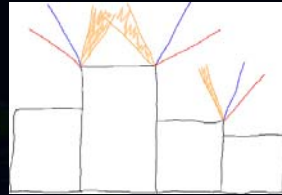


ასტროფიზიკის და პლანეტის ფიზიკის ამოცანების მოდელირება

ალ. თევზაძე (2011)

Godunov Method

Godunov 1959



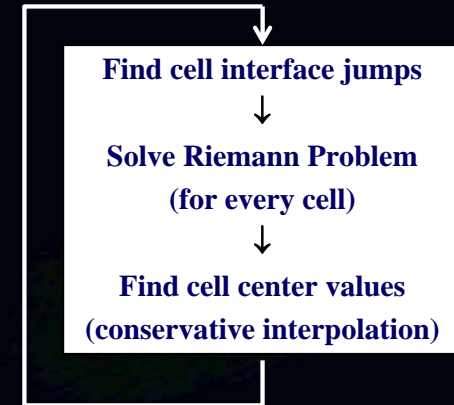
Grid: Cell interface



ასტროფიზიკის და პლანეტის ფიზიკის ამოცანების მოდელირება

ალ. თევზაძე (2011)

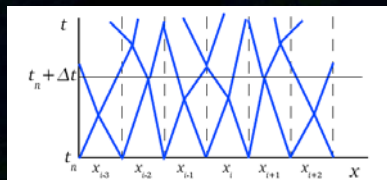
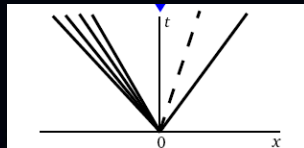
Godunov scheme



ასტროფიზიკის და პლანეტის ფიზიკის ამოცანების მოდელირება

ალ. თევზაძე (2011)

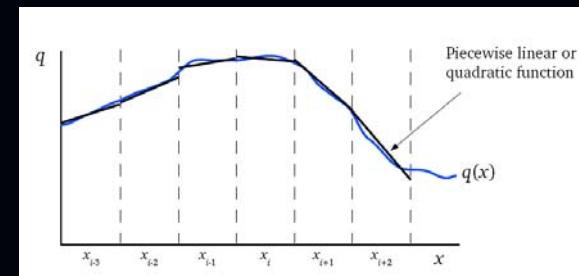
Riemann stepping



ასტროფიზიკის და პლანეტის ფიზიკის ამოცანების მოდელირება

ალ. თევზაძე (2011)

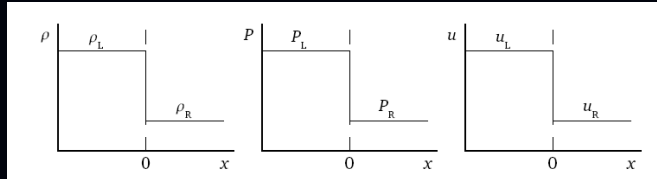
Interpolation



ასტროფიზიკის და პლანეტის ფიზიკის ამოცანების მოდელირება

ალ. თევზაძე (2011)

Conservative Interpolation



$$\rho = \rho(P, S)$$

$$\rho < 0$$

ასტროფიზიკის და პლავზმის ფიზიკის ამოცანების მოდელირება

ალ. თევზაძე (2011)

Godunov

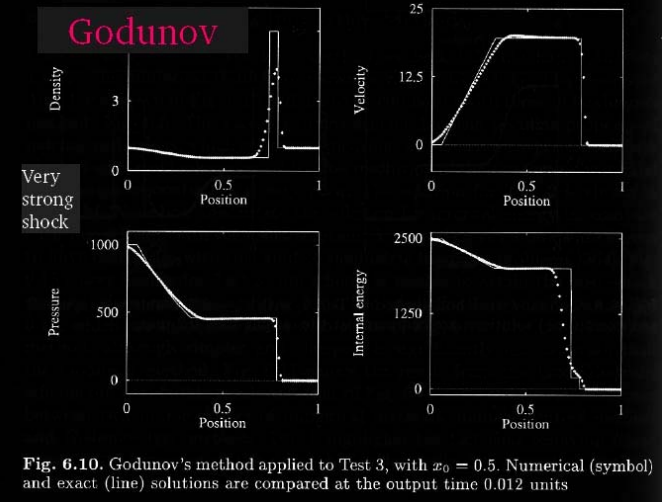


Fig. 6.10. Godunov's method applied to Test 3, with $x_0 = 0.5$. Numerical (symbol) and exact (line) solutions are compared at the output time 0.012 units

ასტროფიზიკის და პლავზმის ფიზიკის ამოცანების მოდელირება

ალ. თევზაძე (2011)

Approximations

Riemann Solver:

- Linear Riemann solver (ROE)
Fast, medium accuracy
- Harten-Laxvan-Leer solver (HLL)
Problems with contact discontinuities
- Two-Shock Riemann Solver
Problems with entropy waves

Interpolation

- Linear (numerical stability)
- Parabolic (ppm)
- High order

ასტროფიზიკის და პლავზმის ფიზიკის ამოცანების მოდელირება

ალ. თევზაძე (2011)

+/-

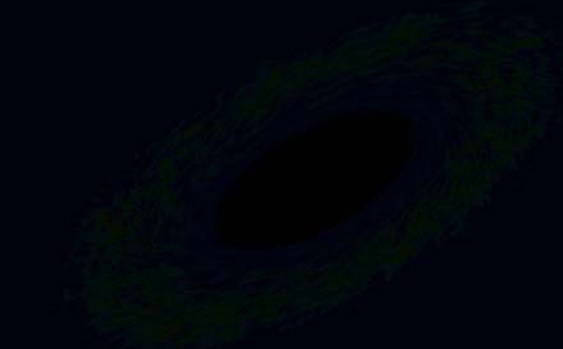
- + Best accuracy
- + Shock capturing
- + study of the Heating, viscosity, ...
- Slow
- Turbulence
- Complicated

ასტროფიზიკის და პლავზმის ფიზიკის ამოცანების მოდელირება

ალ. თევზაძე (2011)

end

www.tevza.org/home/course/modelling-II_2011



ასტროფიზიკის და კლაზმის ფიზიკის ამოცანების მოდელირება

პლ. თევზაძე (2011)