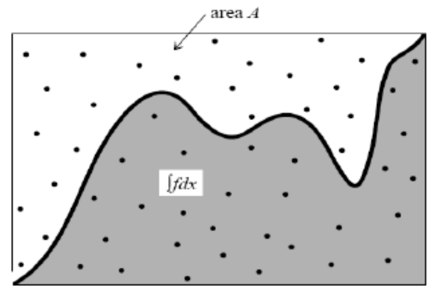
მონტე კარლო მეთოდები



N შემთხვევითი რიცხვი.

N1 - გრაფიკს ზევით;

Int = S * N1/N;

კრებადობა: ~ $\sqrt{N}$

Hit and miss method;

$$V = V_e f = V_e \frac{N_h}{N} = V_e \frac{\sum_{i=1}^{N_h} 1}{N}$$

$$f(\mathrm{x}) = \begin{cases} 1 \text{ if x is inside the volume} \\ 0 \text{ elsewhere} \end{cases}$$

$$V = V_e \frac{\sum_{i=1}^{N} f(\mathrm{x}_i)}{N}$$

n რიგის ინტეგრალი: $I = \iiint f(x,y,z)dxdydz$

$$Int = \Delta V \sum\sum\sum f(x_i, y_j, z_k)$$

$$\Delta V = \Delta x \Delta y \Delta z$$

ბადე: M^n კრებადობა: M^{-1} ანუ N, $N^{-1/n}$

მონტე კარლო:

$$Int = \Delta V \sum f(V_i)$$

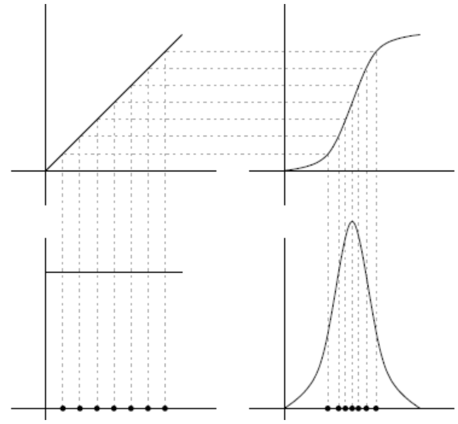
ბადე: N კრებადობა: $N^{-1/2}$

შემთხვევითი რიცხვების განაწილების მეთოდი: sampling;

Simple sampling - თანაბარი განაწილება;

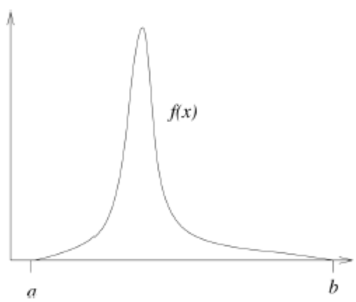
Importance sampling

მონტე კარლო მეთოდების ძირითადი პრობლემა:



სწრაფად ცვლადი და არაგლუვი ფუნქციები;

შემთხვევითი რიცხვების განაწილების ფუნქცია f(x):



დამხმარე g(x) ფუნქცია: დადებითი ანალიზური ინტეგრებადი ფუნქციაა რომელსაც გააჩნია შებრუნებული ფორმა.

$$I = \int_a^b f(x)dx = \int_a^b \frac{f(x)}{g(x)} g(x)dx = \int_a^b \frac{f(x)}{g(x)} dG(x)$$

სადაც: $G(x) = \int_a^x g(x)dx$

ცვლადთა და საზღვრების გარდაქმნა: $r = G(x)$

$$I = \int_{G(a)}^{G(b)} \frac{f(G^{-1}(r))}{g(G^{-1}(r))} dr$$

f/g უფრო გლუვი ფუნქციაა, ე.ი. მონტე კარლო ინტეგრება გვაძლევს უფრო ზუსტ შედეგს, ან იგივე სიზუსტის მისაღებად შესაძლებელია წერტილების რაოდენობის შემცირება: (N).

დისკრეტული ფორმა: $$I = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \frac{f(G^{-1}(r_i))}{g(G^{-1}(r_i))}$$

მაგალითი:

$$I = \int_0^1 e^{-x^2} dx$$

ნორმირების ფუნქცია: *exp(-x)*

$$\int_0^1 e^{-x} dx = -\frac{1}{e} + 1 = 1 - \frac{1}{e} = \frac{e-1}{e}$$

$$g(x) = \frac{e^{-x} e}{(e-1)}$$

$$G(x) = \int_0^x \frac{e^{-x} e}{e-1} dx = \frac{(1-e^{-x})e}{e-1}$$

შებრუნებული ფუნქცია:

$$G^{-1}(u) = -\log\left(1 - u\frac{e-1}{e}\right)$$