კოლოქვიუმი 1.2.

„ჭუჭყიანი“ შავი ხვრელი

შვარცშილდის მეტრიკა წარმოადგენს აინშტაინის განტოლების ამონახსნს იზოლურებული შავი ხვრელის შემთხვევაში. თუკი შავ ხვრელს ეცემა რაიმე გარეშე ნივთიერება, საჭიროა აინშტაინის განტოლების შესაბამისი ამონახსნის პოვნა. წრფივი მიახლოების ფარგლებში როდესაც დაცემული ნივთიერების (ენერგიის) რაოდენობა მნიშვნელოვნად ნაკლებია შავი ხვრელის ყოფაქცევა აღიწერება ე.წ. „ჭუჭყიანი“ შავი ხვრელის განტოლებით, რომელიც წარმოადგენს კლაინ-გორდონის განტოლებას:

$$\left[\frac{d^2}{dt^2} - \frac{d^2}{dr_*^2} + V(r_*)\right]\Psi(r_*,t) = 0\ , \tag{1}$$

სადაც V(r*) წარმოადგენს რეგე-ვილერის ეფექტურ პოტენციალს:

$$V(r_*) = \left[1 - \frac{2M}{r(r_*)}\right]\left[\frac{l(l+1)}{r(r_*)^2} + (1-S^2)\frac{2M}{r(r_*)^3}\right]\ . \tag{2}$$

S - დაცემული ნაწილაკების სპინია (0,1,2), ხოლო *l* - კუთხური ჰარმონიკის ნომერი (1,2,3,...). განტოლებების ამ ფორმით ჩასაწერად გამოყენებულია ე.წ. „კუს ნაბიჯის“ კოორდინატი:

$$r_*(r) = r + 2M\ln\left(\frac{r}{2M} - 1\right) \tag{3}$$

1. იპოვეთ r(r*) დამოკიდებულება (3) ალგებრული განტოლების ამოხსნის საშუალებით;

2. იპოვეთ ეფექტური პოტენციალის მაქსიმუმის დამოკიდებულება r_* - ზე კუთხური ჰარმონიკებისთვის *l=1,2,3* და სპიებისათვის S=0, 2.