ამოცანა 2.

შავი ხვრელების მჭიდრო ორჯერადი სისტემა გრავიტაციული ტალღების გამოსხივების გამო კარგავს ბრუნვის კინეტიკურ ენერგიას. შემდეგი განტოლებები აღწერენ ასეთი სისტემის ბრუნვის სიჩქარისა და ფაზის დროში ევოლუციას:

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{\mathcal{F}(v)}{dE(v)/dv}, \qquad \frac{d\varphi}{dt} = \frac{v^3}{m},$$

სადაც სისტემის ბრუნვის ენერგია პირველ მიახლოებაში მოიცემა შემდეგი ფორმით:

$$E(v) = -\frac{1}{2}\mu v^2 \left[1 + O(v^2)\right],$$

ხოლო გრავიტაციული ტალღებით გამოსხივებული ენერგიის ნაკადი მოიცემა შემდეგი ფორმით:

$$\mathcal{F}(v) = \frac{32}{5}\left(\frac{\mu}{m}\right)^2 v^{10}\left[1 + O(v^2)\right],$$

სისტემა ჩაწერილია გეომეტრიულ ერთეულებში G=c=1, სადაც მასის სიდიდე გამოითვლება როგორც Gm/c^3. ამ ერთეულებში ორბიტალური სიჩქარე $v=(m\omega)^{1/3}$, ხოლო ω ბრუნვის სიხშირეა. $m=m_1+m_2$ სისტემის ჯამური მასაა, ხოლო $\mu=m_1 m_2/m$ დაყვანილი მასა.

1. იპოვეთ ორჯერადი სისტემის ორბიტალური სიჩქარის დროზე დამოკიდებულება v=v(t). ჩათვალეთ, რომ დასაწყისში $m_1=m_2=5M_{\text{მზე}}$, $V_0=0.3$, $\phi_0=0$.
2. დახაზეთ ორი პოლარიზაციის გრავიტაციული ტალღის დროში ევოლუცია:

$$h_+(t) = 4\frac{\mu}{m}v^2 \cos\varphi(t), \quad h_\times(t) = 4\frac{\mu}{m}v^2 \sin\varphi(t).$$