

კომპაქტური ობიექტების სტრუქტურა

სივრცის მეტრიკა, რომელიც აღწერს საკუთარი მასის შესაბამისი შვარცშილდის რადიუსზე უფრო დიდი ზომის რელატივისტური კომპაქტური ობიექტის თვისებებს (მაგ. ნეიტრონული ვარსკვლავი) შეიძლება ჩაიწეროს შემდეგი ფორმით:

$$ds^2 = -e^{2\Phi(r)} c^2 dt^2 + \left(1 - \frac{2Gm(r)}{rc^2}\right)^{-1} dr^2 + r^2 d\Omega^2$$

სადაც $m(r)$ მასის განაწილების ფუნქციაა, ხოლო $\Phi(r)$ დაგვიანების ფუნქცია. კომპაქტური ობიექტის ზედაპირის გარეთ მეტრიკა ემთხვევა შვარცშილდის მეტრიკას და დაგვიანების ფუნქცია იღებს შემდეგ სახეს:

$$\Phi(r) = \frac{1}{2} \ln \left(1 - \frac{2Gm_\star}{rc^2}\right)$$

სადაც $m_\star$ ვარსკვლავის ჯამური მასაა. ამ შემთხვევაში ვარსკვლავის შიდა სტრუქტურის გამოთვლა შესაძლებელია რელატივისტური ჰიდროსტატიკური წონასწორობის პირობებით, ტოლმან-ოპენჰეიმერ-ვოლკოვის განტოლებებით (TOV):

$$\begin{aligned} \frac{dm(r)}{dr} &= 4\pi r^2 \rho(r), \\ \frac{dP(r)}{dr} &= -\frac{G(\rho + P(r)/c^2)}{r^2} \left[m(r) + \frac{4\pi r^3 P(r)}{c^2} \right] \left[1 - \frac{2Gm(r)}{c^2 r} \right]^{-1}, \\ \frac{d\Phi(r)}{dr} &= \frac{Gm(r) + 4\pi G r^3 P(r)/c^2}{c^2 r [r - 2Gm(r)/c^2]}. \end{aligned}$$

სისტემის ამოსახსნელად საკმარისია მდგომარეობის განტოლების:

$$P(r) = K \rho(r)^\gamma$$

და ფიზიკური ცვლადების სასაზღვრო მნიშვნელობების ცოდნა:

$$m(r=0) = 0, \quad P(r=0) = P_c = P(\rho_c), \quad \Phi(r_\star) = \frac{1}{2} \ln \left(1 - \frac{2Gm_\star}{r_\star c^2}\right)$$

1. იპოვეთ ნეიტრონული ვარსკვლავის შიდა სტრუქტურა (მასისა და წნევის რადიალური განაწილება), თუკი მისი ცენტრალური სიმკვრივეა $\rho_c = 5 \times 10^{17} \text{ კგ/მ}^3$, ხოლო მდგომარეობის განტოლება ემორჩილება პოლიტროპულ კანონს: $\gamma=5/3$, $K=5380.3$. რას უდროს ამ ვარსკვლავის მასა m^* და რადიუსი R^* ? ამოცანა შეგიძლიათ ამოხსნათ სფერული სიმეტრიის მიახლოებაში.
2. გამოთვალეთ დაგვიანების ფუნქცია I^* დან 0 -მდე. ერთ ნახაზზე დახატეთ შვარცშილდის მეტრიკის დაგვიანების ფუნქცია და მოცემული თეორი ჯუჯის დაგვიანების ფუნქციები,
 $I = I^* - I_s$, სადაც I_s შვარცშილდის რადიუსია ($2Gm^*/c^2$). დაგვიანების ფუნქციები ერთმანეთს უნდა ემთხვეოდნენ ვარსკვლავის ზედაპირზე: $I = I^*$