



ივანე ჯავახიშვილის სახელობის
საზოგადოებრივი ადმინისტრაციის
რეფორმების ეროვნული აგენტობა

ფიზიკის შესავალი

ლექცია 4

მოდრაობა 2 განზომილებაში

ჰორიზონტისადმი კუთხით გასროლილი სხეულის
მოდრაობა

თანაბარი წრიული მოძრაობა

წინა ლექციაში

ვექტორები

ვექტორების ჯამი და სხვაობა

ვექტორების სკალარული ნამრავლი

ვექტორების ვექტორული ნამრავლი

მოძრაობის ფარდობითობა

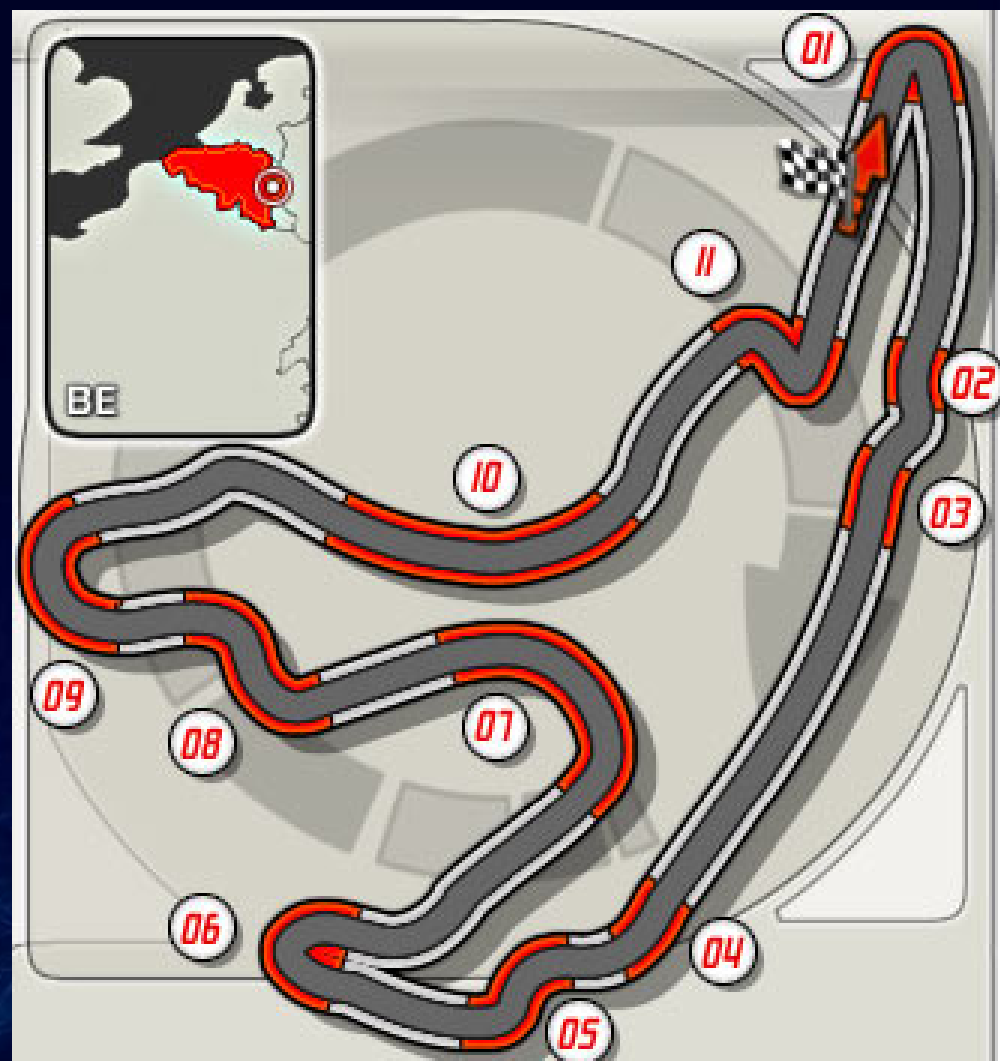
ათვლის სისტემები

გალილეის გარდაქმნები

მოდრაობა ორ განზომილებაში

მრუდწირული
მოდრაობა

იცვლება როგორც
მოდრაობის
სიჩქარე
ისე
მიმართულება



Formula-1 Belgium (SPA)

მოძრაობა ორ ან მეტ განზომილებაში



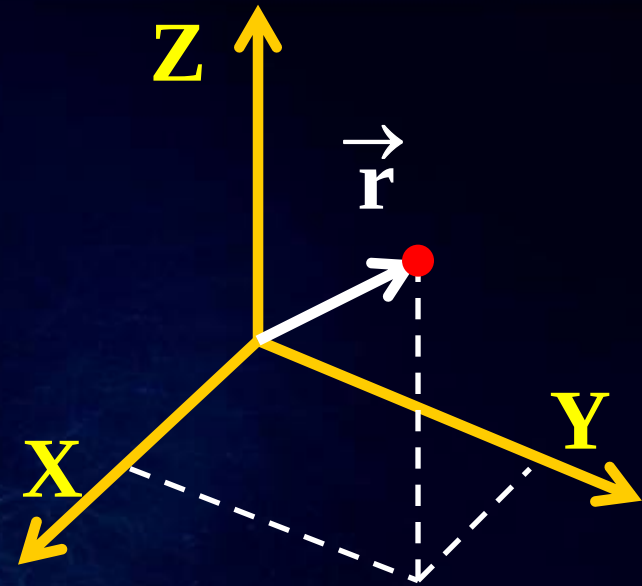
რომელი ბუშტი დაეცემა უფრო სწრაფად,
შორს თუ ახლოს გადაგდებული?

რადიუს ვექტორი

სხეულის მდგომარეობა სივრცეში

$$\vec{r} = x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k}$$

ვექტორი, რომელიც აერთებს
კოორდინატთა სისტემის
სათავესა და მოძრავ სხეულს



რადიუს ვექტორი იცვლის სიგრძეს და
მიმართულებას, მაგრამ არ იცვლის საწყის წერტილს
(კოორდინატთა სისტემის სათავე)

გადაადგილება სივრცეში

საწყისი წერტილის რადიუს ვექტორი:

$$\vec{r}_1 = (x_1, y_1, z_1)$$

საბოლოო წერტილის რადიუს ვექტორი:

$$\vec{r}_2 = (x_2, y_2, z_2)$$

გადაადგილების ვექტორი:

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (x_2 - x_1) \vec{i} + (y_2 - y_1) \vec{j} + (z_2 - z_1) \vec{k}$$

გადაადგილება სივრცეში

გადაადგილების საშუალო
სიჩქარე

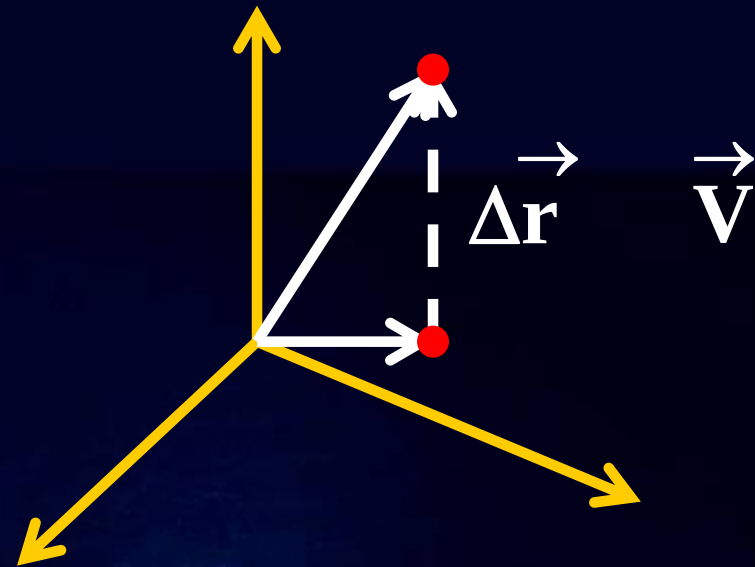
$$\vec{V} = (\vec{r}_2 - \vec{r}_1) / (t_2 - t_1)$$

$$\vec{V} = \Delta \vec{r} / \Delta t$$

გადაადგილების ვექტორი გაყოფილი დროზე,
რომელშიც ეს გადაადგილება მოხდა

მყისი სიჩქარე

$$\vec{V}_{\text{მყ}} = \Delta \vec{r} / \Delta t \quad (\Delta t \rightarrow 0)$$



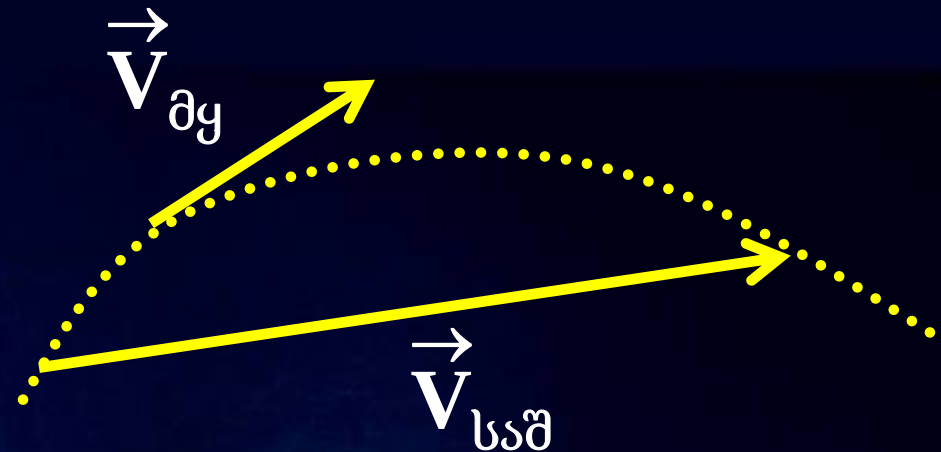
გადაადგილება სივრცეში

გადაადგილების სიჩქარის კომპონენტები

$$V_x = \Delta x / \Delta t$$

$$V_y = \Delta y / \Delta t$$

$$V_z = \Delta z / \Delta t$$



მრუდწირული მოძრაობისას მყისი სიჩქარე
მიმართულია მოძრაობის ტრაექტორიის მხეზე
მიმართულებით

აჩქარება მრუდწირული მოძრაობისას

აჩქარება აღწერს სხეულის მოძრაობის სიჩქარის ცვლილებას (მოძრაობა X ღერძის გასწვრივ):

$$a_x = \Delta V_x / \Delta t$$

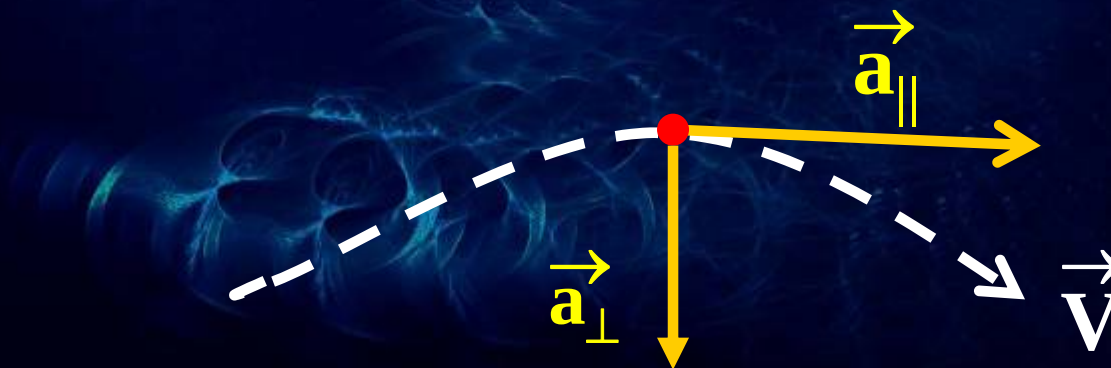
ორ ან მეტ განზომილებაში შეიძლება იცვლებოდეს როგორც სიჩქარის **მოდული**, ისე **მიმართულება**.

აჩქარების ვექტორი აღწერს ორივე ცვლილებას

აჩქარება მრუდწირული მოძრაობისას

აჩქარების მყისი სიჩქარის (მოძრაობის)
პარალელური კომპონენტი აღწერს სიჩქარის
მოდულის ცვლილებას

აჩქარების მყისი სიჩქარის (მოძრაობის)
პერპენდიკულარული კომპონენტი აღწერს სიჩქარის
მიმართულების ცვლილებას



აჩქარება მრუდწირული მოძრაობისას

საშუალო აჩქარება:

$$\vec{a} = (\vec{V}_2 - \vec{V}_1) / (t_2 - t_1)$$

მყისი აჩქარება:

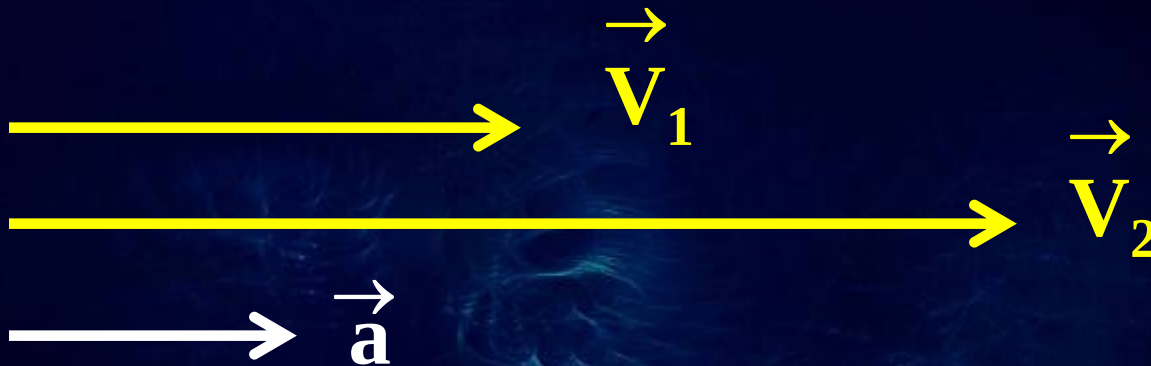
$$\vec{a}_{\text{მყ}} = \Delta \vec{V} / \Delta t \quad (\Delta t \rightarrow 0)$$

თანაბრადაჩქარებული მოძრაობა:

$$\vec{a}_{\text{მყ}} = \vec{a} = \text{const.}$$

პარალელური აჩქარება

აჩქარების ვექტორი სიჩქარის და მოძრაობის მიმართულების პარალელურია:



წრფივი მოძრაობა ზრდადი (თუ $a > 0$) ან კლებადი (თუ $a < 0$) სიჩქარით. იცვლება სიჩქარის **მოდული** და არა მიმართულება.

პერპენდიკულარული აჩქარება

აჩქარების ვექტორი სიჩქარისა და მოძრაობის პერპენდიკულარულია:



ნებისმიერი მრუდწირული მოძრაობა აჩქარებული მოძრაობაა: იცვლება სიჩქარის მიმართულება, მოძრაობის ტრაექტორია უხვევს (მრუდდება).

თანაბარი წრიული მოძრაობა

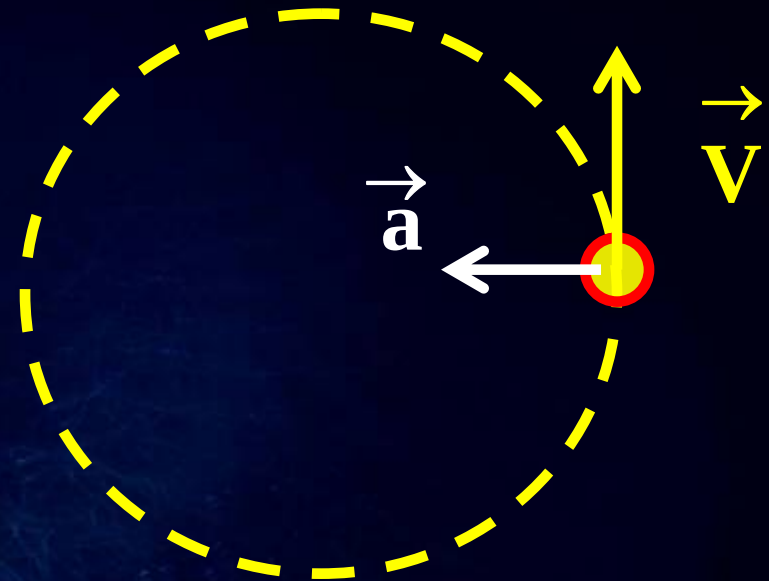
წრიულ ტრაექტორიაზე მოძრაობა მუდმივი სიჩქარით: ბრუნვა

ბრუნვის პერიოდი:

T (წამი)

ბრუნვის სიხშირე:

ν (ჰერცი)



$$\nu = T^{-1}$$

თანაბარი წრიული მოძრაობა

იცვლება მხოლოდ სიჩქარის მიმართულება:

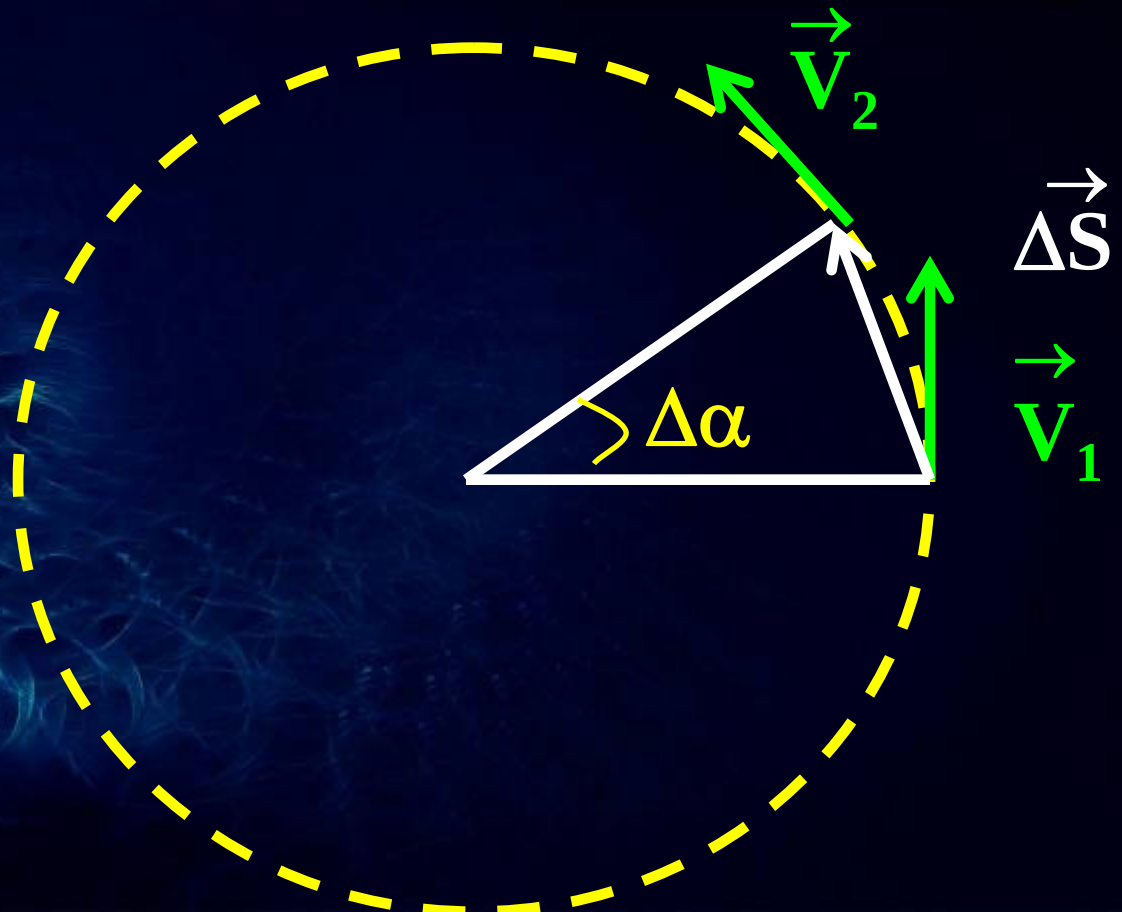
$$|V_1| = |V_2|$$

წირითი სიჩქარე:

$$V = \Delta S / \Delta t$$

კუთხური სიჩქარე:

$$\omega = \Delta \alpha / \Delta t$$

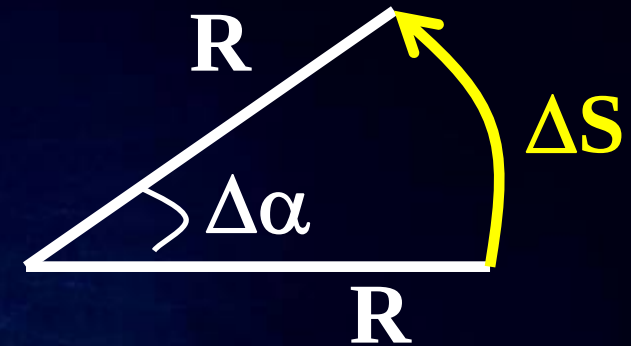


თანაბარი წრიული მოძრაობა

წირით და კუთხურ სიჩქარეებს შორის კავშირი

$$\Delta S = R \Delta \alpha$$

$$V = \Delta S / \Delta t = R \Delta \alpha / \Delta t$$



$$V = \omega R$$

თანაბარი წრიული მოძრაობა

კუთხური სიჩქარე და ბრუნვის პერიოდი:

$$\omega = \Delta\alpha / \Delta t$$

$\Delta t = T$ - ბრუნვის პერიოდი

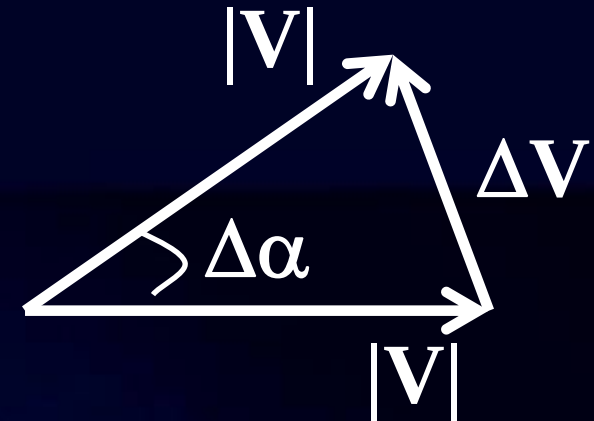
$\Delta\alpha = 2\pi$ - მობრუნების კუთხე ერთი პერიოდის განმავლობაში (360 გრადუსი)

$$\omega = 2\pi / T = 2\pi \nu$$

თანაბარი წრიული მოძრაობა

აჩქარება: $\mathbf{a} = \Delta \mathbf{V} / \Delta t$

$$\Delta V = V \Delta \alpha$$



$$\mathbf{a} = V \Delta \alpha / \Delta t = V \omega$$

$$\mathbf{a} = V^2 / R$$

$$\mathbf{a} = \omega^2 R$$

თანაბარი წრიული მოძრაობა

შეჯამება

წირითი სიჩქარე:

$$V = \Delta S / \Delta t \quad \underline{(მ/წმ)}$$

კუთხური სიჩქარე:

$$\omega = \Delta \alpha / \Delta t \quad \underline{(1/წმ=3(3))}$$

$$V = \omega R$$

სიხშირე და პერიოდი:

$$\omega = 2\pi / T = 2\pi \nu$$

აჩქარება:

$$a = \omega^2 R$$

$$a = V^2 / R$$



ამოცანა #1

სპორტულ მანქანას შეუძლია მოსახვევში იმოძრაოს მაქსიმუმ 0.96 გ აჩქარებით ისე რომ არ მოცურდეს ტრასის ზედაპირიდან. მანქანა მოძრაობს 40 მ/წმ სიჩქარით. მინიმუმ რა რადიუსის მოსახვევში შეძლებს სპორტული მანქანა მოხვევას მოცურების გარეშე?

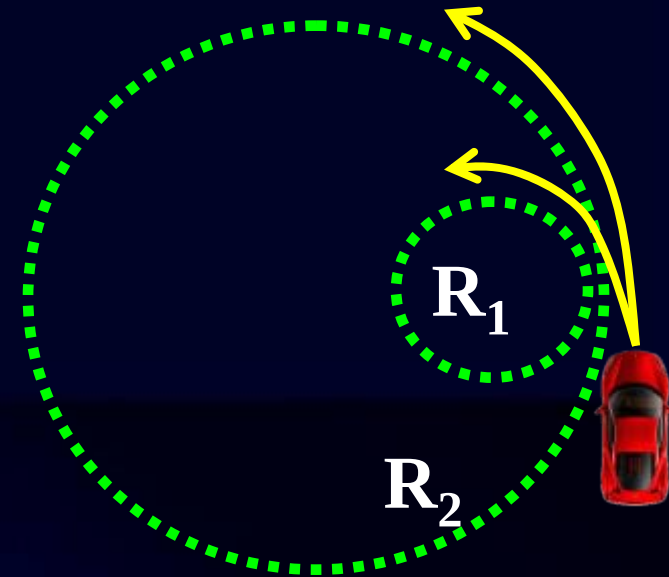
აჩქარება: $a = 0.96 \text{ g} = 0.96 \cdot 9.8 \text{ მ/წმ}^2 = 9.4 \text{ მ/წმ}^2$

წირითი სიჩქარე: $V = 40 \text{ მ/წმ}$

ამოცანა #1

მოხვევის რადიუსი: R

$$a = V^2 / R$$



$$9.4 \text{ მ/წმ}^2 = (40 \text{ მ/წმ})^2 / R$$

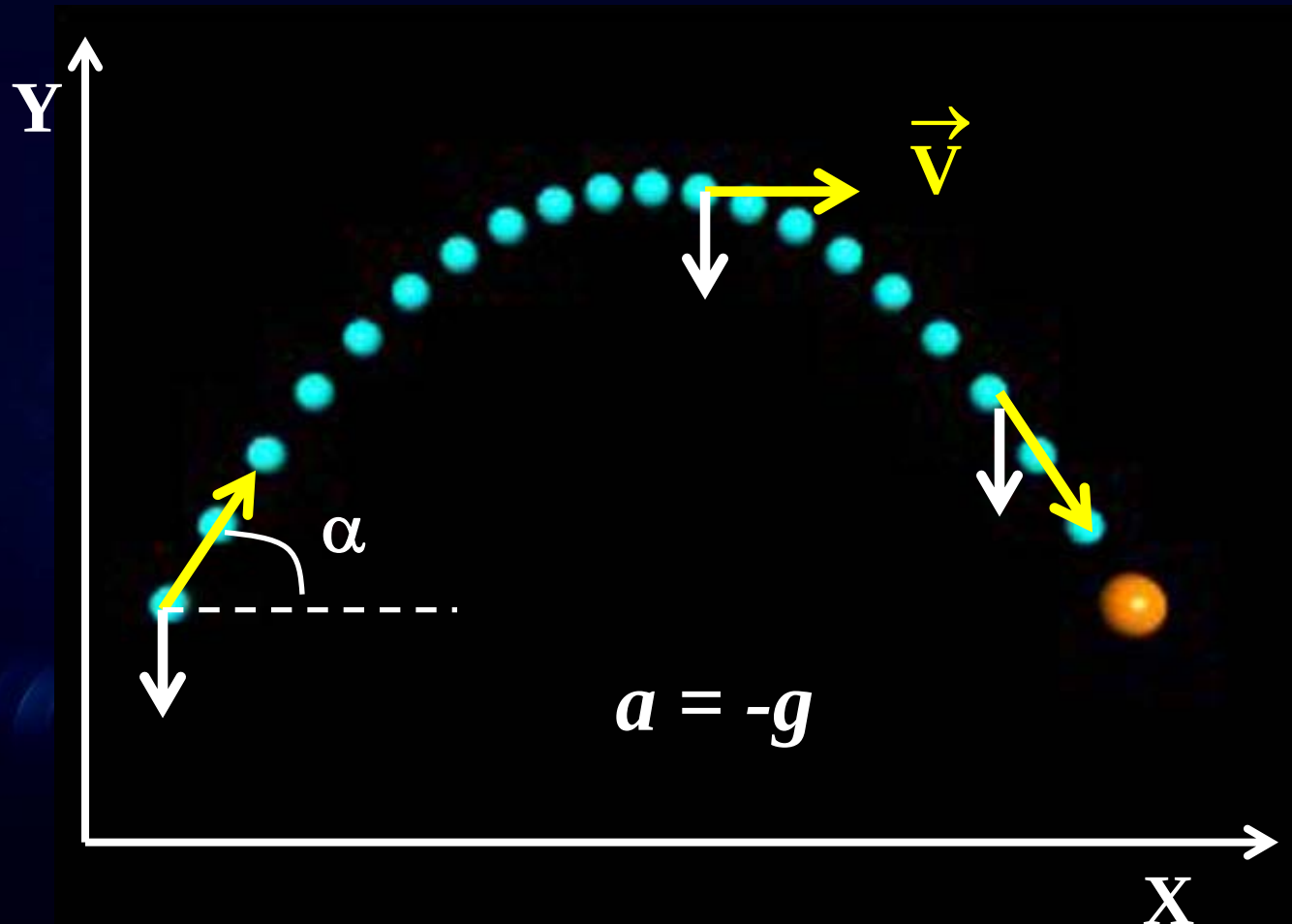
$$R = (40^2 / 9.4) \text{ მ} = \underline{170 \text{ მ}}$$

$a \sim 1/R$:

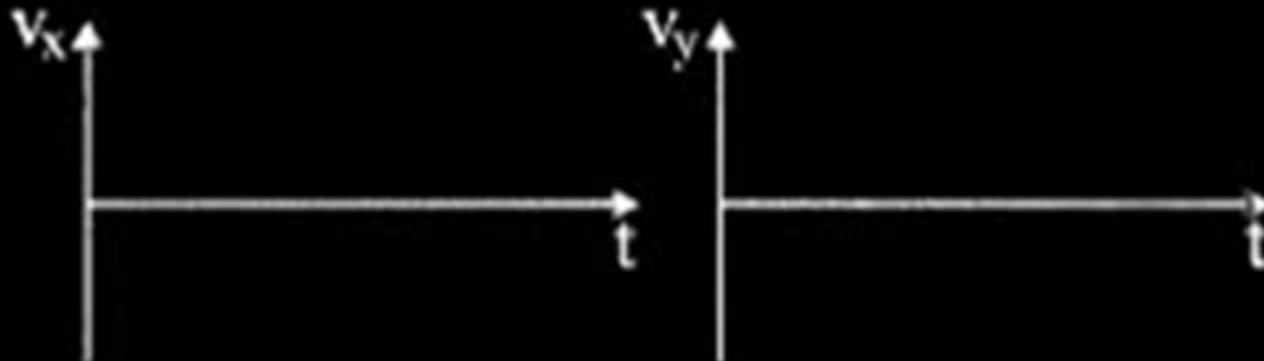
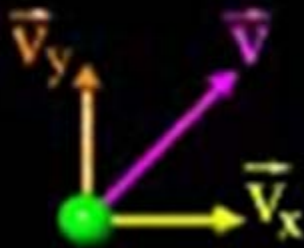
თუ $R < 170 \text{ მ}$, $a > 9.4 \text{ მ/წმ}^2$: მანქანა მოცურდება

ჰორიზონტისადმი კუთხით გასროლილი სხეულის მოძრაობა

მოძრაობა მუდმივი აჩქარებით: g



კუთხით გასროლილი ბურთულის მოძრაობა



2 განზომილებიანი მოძრაობის ანალიზი

მოძრაობის კინემატიკის გათვლა გეგმილების მიხედვით: X , Y

X გეგმილი:

საწყისი სიჩქარე: $V_x = V \cos \alpha$

აჩქარება: $a_x = 0$

Y გეგმილი:

საწყისი სიჩქარე: $V_y = V \sin \alpha$

აჩქარება: $a_y = -g$

2 განზომილებიანი მოძრაობის ანალიზი

Y ღერძი:

$$(0 - V_y) = -g T_1$$

ბურთის მოძრაობა ზევით: $T_1 = V_y / g$

ბურთის მოძრაობა ქვევით: $T_2 = T_1$

ბურთის ფრენის დრო: $T = 2T_1$

$$T = 2 V \sin \alpha / g$$

2 განზომილებიანი მოძრაობის ანალიზი

X ლერძი:

ფრენის მანძილი: $L = V_x T$

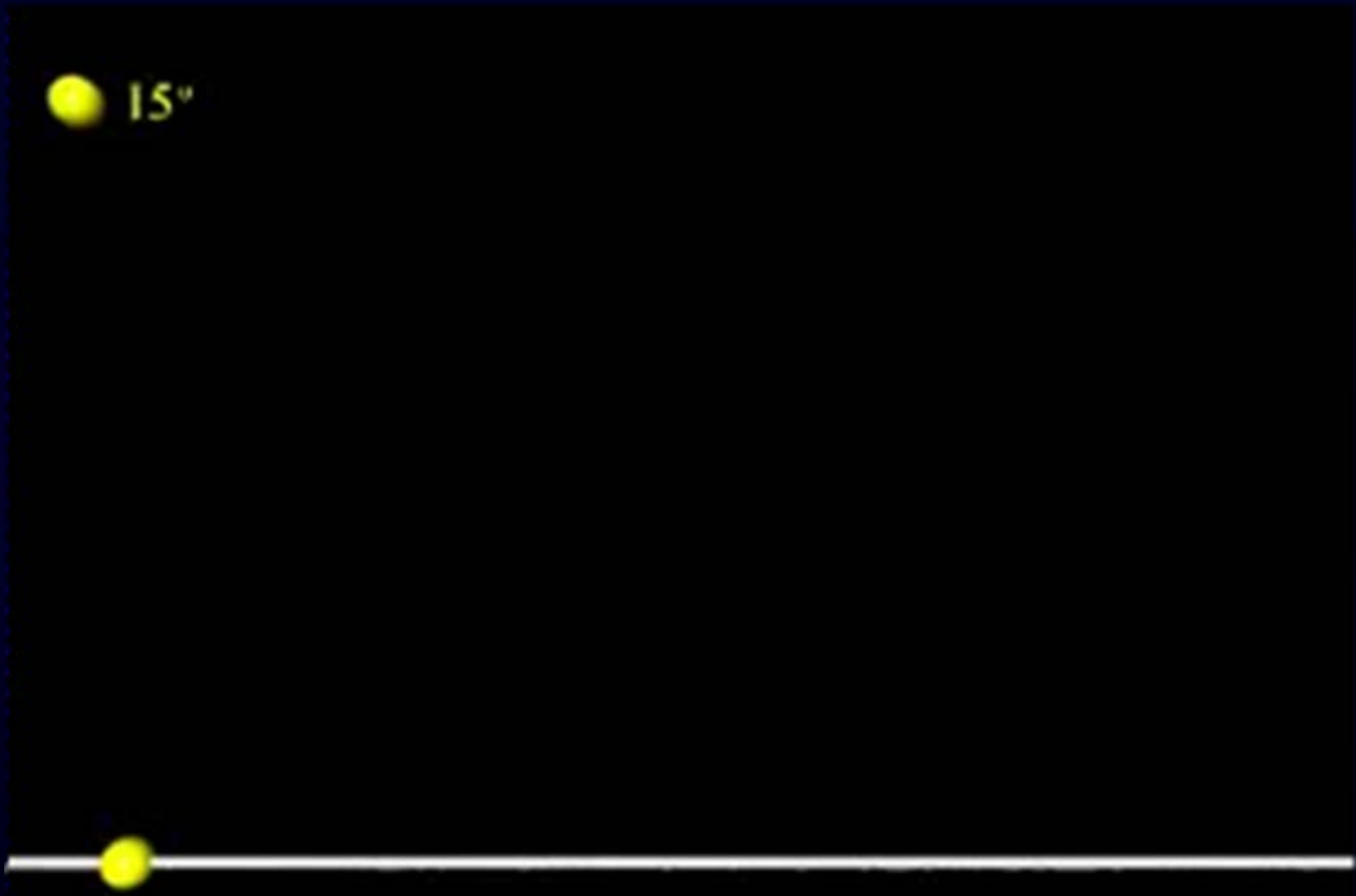
$$L = (V \cos \alpha) (2 V \sin \alpha / g)$$

$$L = 2 V^2 \sin \alpha \cos \alpha / g$$

$$L = V^2 (\sin 2\alpha) / g$$

ფრენის მანძილი დამოკიდებულია საწყის სიჩქარეზე, გასროლის კუთხესა და თავისუფალი ვარდნის აჩქარებაზე

სხვადასხვა კუთხით გასროლილი ბურთულა



სხვადასხვა კუთხით გასროლილი ბურთულა

რა კუთხით უნდა გავისროლოთ ბურთულა რომ მან იფრინოს მაქსიმალური მანძილი?

$$L = V^2 (\sin 2\alpha) / g$$

$\sin 2\alpha$ – მაქსიმუმალური მნიშვნელობაა 1,
როდესაც $2\alpha = \pi/2$ (90°)

$$\alpha_{\max} = \pi/4 \quad (45^\circ)$$

$$L_{\max} = V^2 / g$$

მოძრაობის ტრაექტორია

X ღერძი:

$$x = x_0 + V_x t = x_0 + V \cos(\alpha) t$$

Y ღერძი:

$$y = x_0 + V_y t - g t^2/2 = y_0 + V \sin(\alpha) t - g t^2/2$$

სიმარტივისთვის გასროლის წერტილი ავირჩიოთ
კოორდინატთა სათავეთ:

$$x_0 = 0, y_0 = 0,$$

გამოვსახოთ X გეგმილიდან: $t = x / (V \cos \alpha)$

მოძრაობის ტრაექტორია

ჩავსვათ Y გეგმილში:

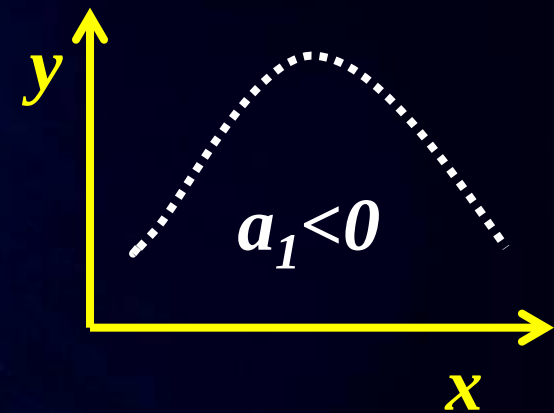
$$y = V \sin(\alpha) (x / (V \cos \alpha)) - g (x / (V \cos \alpha))^2 / 2$$

მოძრაობის ტრაექტორია - პარაბოლა

$$y = a_1 x^2 + a_2 x$$

$$a_1 = -g / (2 V^2 (\cos \alpha)^2)$$

$$a_2 = \tan(\alpha)$$



პარაბოლური ტრაექტორიები



გამდნარი მეტალის წვეთები:

სხვადასხვა საწყისი სიჩქარე და დახრის კუთხე

სხვადასხვა კონფიგურაციის პარაბოლები

ფეხბურთის ბურთის ტრაექტორია



ვარდნა სხვადასხვა ჰორიზონტული სიჩქარით

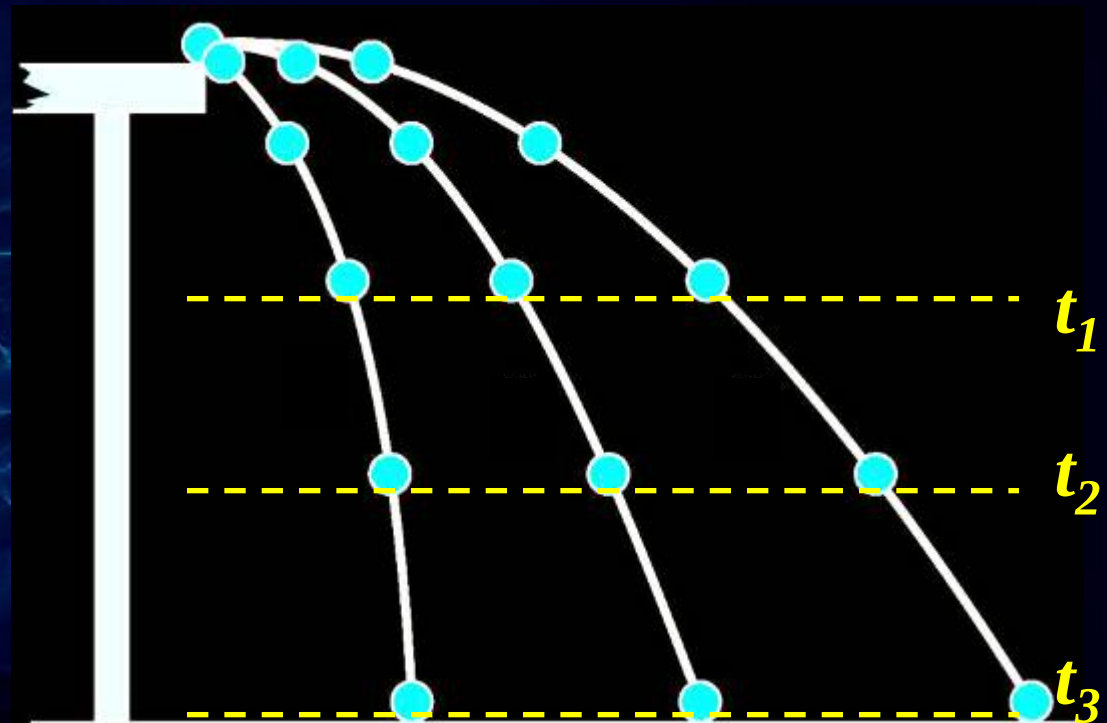
Y-გეგმილი

აჩქარება:

$-g$

საწყისი სიჩქარე: $V_y = V \sin(0) = 0$

ვარდნის დრო
არ არის
დამოკიდებული
საწყის
ჰორიზონტალურ
სიჩქარეზე



ამოცანა # 2

ზოოპარკიდან გამოპარული მაიმუნი ჩამოკიდებულია ხის ტოტზე. მის დასაჭერად ზოოპარკის ზედამხედველი მაიმუნს ხეზე ესვრის ტრანკვილიზატორს.

გასროლისთანავე მაიმუნი წყდება ხეს და ცდილობს მიწაზე ჩამოხტომას.

როგორ უნდა დაუმიზნოს ზედამხედველმა მაიმუნს რომ მოარტყას ისარი?

ამოცანა # 2

გასროლა და მაიმუნის ვარდნის დაწყება
ერთდროულად: $t_0 = 0$

$$\Delta h_1 = -g \Delta t^2 / 2$$

$$\Delta h_2 = -g \Delta t^2 / 2$$

$$\Delta h_1 = \Delta h_2$$



მაიმუნს ისარი მოხვდება
ყოველთვის, თუკი დამიზნება
მოხდება პირდაპირი ხედვის ხაზზე



მრუდწირული მოძრაობა

მოძრაობა ორ ან მეტ განზომილებაში
რადიუს ვექტორი
აჩქარების პარალელური და
პერპენდიკულარული კომპონენტები

თანაბარი წრიული მოძრაობა

ჰორიზონტისადმი კუთხით გასროლილი
სხეულის მოძრაობა

www.tevza.org/home/course/phys2010

