ფიზიკის შესავალი - 2

ლექცია 4

მოძრაობა 2 განზომილებაში

ჰორიზონტისადმი კუთხით გასროლილი სხეულის მოძრაობა

თანაბარი წრიული მოძრაობა

წინა ლექციაში

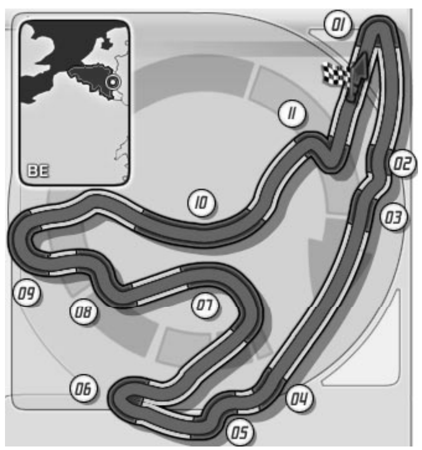
ვექტორები
ვექტორების ჯამი და სხვაობა
ვექტორების სკალარული ნამრავლი
ვექტორების ვექტორული ნამრავლი

მოძრაობის ფარდობითობა
ათვლის სისტემები
გალილეის გარდაქმნები

მოძრაობა ორ განზომილებაში

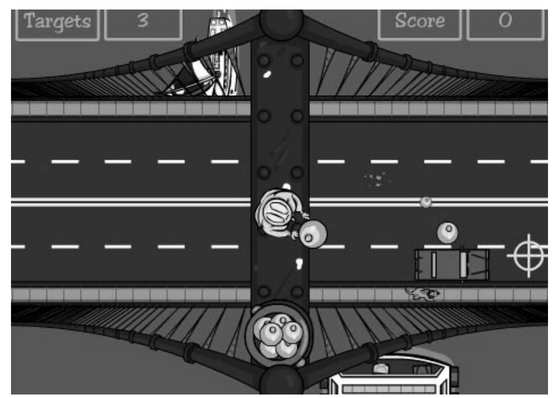
მრუდწირული მოძრაობა

იცვლება როგორც მოძრაობის სიჩქარე ისე მიმართულება



Formula-1 Belgium (SPA)

მოძრაობა ორ ან მეტ განზომილებაში



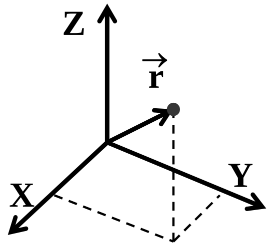
რომელი ბუშტი დაეცემა უფრო სწრაფად, შორს თუ ახლოს გადაგდებული?

რადიუს ვექტორი

სხეულის მდგომარეობა სივრცეში

$$\vec{\mathbf{r}} = x\,\vec{\mathbf{i}} + y\,\vec{\mathbf{j}} + z\,\vec{\mathbf{k}}$$

ვექტორი, რომელიც აერთებს კოორდინატთა სისტემის სათავესა და მოძრავ სხეულს



რადიუს ვექტორი იცვლის სიგრძეს და მიმართულებას, მაგრამ არ იცვლის საწყის წერტილს (კოორდინათა სისტემის სათავე)

გადაადგილება სივრცეში

საწყისი წერტილის რადიუს ვექტორი:

$$\vec{\mathbf{r}}_1 = (\,x_1, y_1, z_1\,)$$

საბოლოო წერტილის რადიუს ვექტორი:

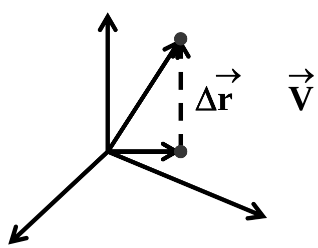
$$\vec{\mathbf{r}}_2 = (\,x_2, y_2, z_2\,)$$

გადაადგილების ვექტორი:

$$\Delta\vec{\mathbf{r}} = \vec{\mathbf{r}}_2 - \vec{\mathbf{r}}_1 = (x_2-x_1)\,\vec{\mathbf{i}} + (y_2-y_1)\,\vec{\mathbf{j}} + (z_2-z_1)\,\vec{\mathbf{k}}$$

გადაადგილება სივრცეში

გადაადგილების საშუალო სიჩქარე



$$\vec{V} = (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)\,/\,(t_2 - t_1)$$

$$\vec{V} = \Delta\vec{r}\,/\,\Delta t$$

გადაადგილების ვექტორი გაყოფილი დროზე, რომელშიც ეს გადაადგილება მოხდა

მყისი სიჩქარე

$$V_{\text{მყ}} = \Delta\vec{r}\,/\,\Delta\vec{t} \quad (\,\Delta t \to 0\,) \qquad \vec{V}_{\text{მყ}} = \mathbf{d}\vec{\mathbf{r}}\,/\,\mathbf{dt}$$

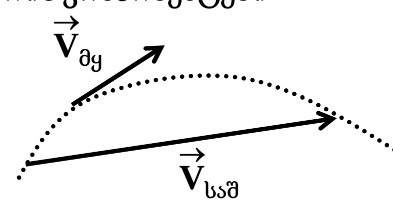
გადაადგილება სივრცეში

გადაადგილების სიჩქარის კომპონენტები

$$V_x = \Delta x\,/\,\Delta t$$

$$V_y = \Delta y\,/\,\Delta t$$

$$V_z = \Delta z\,/\,\Delta t$$



მრუდწირული მოძრაობისას მყისი სიჩქარე მიმართულია მოძრაობის ტრაექტორიის მხები მიმართულებით

$$V_x = dx/dt,\ V_y = dy/dt,\ V_z = dz/dt$$

აჩქარება მრუდწირული მოძრაობისას

აჩქარება აღწერს სხეულის მოძრაობის სიჩქარის ცვლილებას (მოძრაობა X ღერძის გასწვრივ):

$$\mathbf{a_x = \Delta V_x / \Delta t}$$

ორ ან მეტ განზომილებაში შეიძლება იცვლებოდეს როგორც სიჩქარის მოდული, ისე მიმართულება.

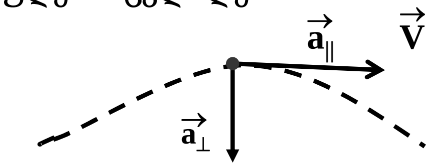
აჩქარების ვექტორი აღწერს ორივე ცვლილებას

$$\mathbf{a_x = dV_x / d\ t}$$

აჩქარება მრუდწირული მოძრაობისას

აჩქარების მყისი სიჩქარის (მოძრაობის) პარალელური კომპონენტი აღწერს სიჩქარის მოდულის ცვლილებას

აჩქარების მყისი სიჩქარის (მოძრაობის) პერპენდიკულარული კომპონენტი აღწერს სიჩქარის მიმართულების ცვლილებას



აჩქარება მრუდწირული მოძრაობისას

საშუალო აჩქარება:

$$\vec{a} = (\vec{V}_2 - \vec{V}_1) / (t_2 - t_1)$$

მყისი აჩქარება:

$$\vec{a}_{მყ} = \Delta\vec{V} / \Delta t \qquad (\Delta t \to 0)$$

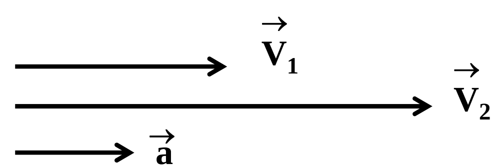
$$\vec{a}_{მყ} = \mathbf{d\vec{V} / d\ t}$$

თანაბრადაჩქარებული მოძრაობა:

$$\vec{a}_{მყ} = \vec{a} = \text{const.}$$

პარალელური აჩქარება

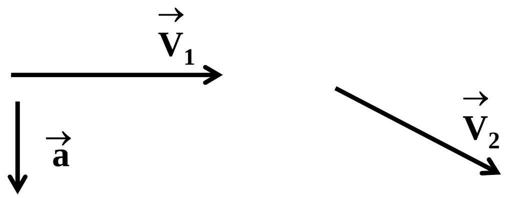
აჩქარების ვექტორი სიჩქარის და მოძრაობის მიმართულების პარალელურია:



წრფივი მოძრაობა ზრდადი (თუ $\mathbf{a}>\mathbf{0}$) ან კლებადი (თუ $\mathbf{a}<\mathbf{0}$) სიჩქარით. იცვლება სიჩქარის მოდული და არა მიმართულება.

პერპენდიკულარული აჩქარება

აჩქარების ვექტორი სიჩქარისა და მოძრაობის პერპენდიკულარულია:



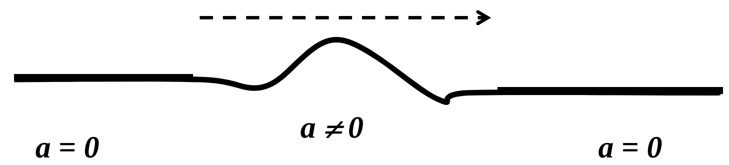
ნებისმიერი მრუდწირული მოძრაობა აჩქარებული მოძრაობაა: *იცვლება სიჩქარის მიმართულება, მოძრაობის ტრაექტორია უხვევს (მრუდდება).*

მოძრაობა მუდმივი სიჩქარით

სხეული მოძრაობს მუდმივი სიჩქარით: $|V|$ = constant

სხეული მოძრაობს წრფივ და მრუდ ტრაექტორიაზე;

- იცვლება მყისი სიჩქარის მიმართულება;
- სხეული მოძრაობს აჩქარებით;



თანაბარ-წრიული მოძრაობა

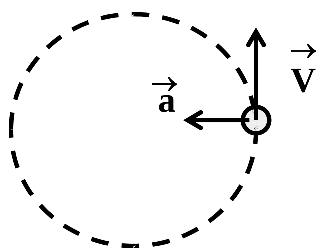
წრიულ ტრაექტორიაზე მოძრაობა მუდმივი სიჩქარით: ბრუნვა

ბრუნვის პერიოდი:

T (წამი)

ბრუნვის სიხშირე:

ν (ჰერცი)



$$\boxed{\nu = T^{-1}}$$

თანაბარ-წრიული მოძრაობა

იცვლება მხოლოდ სიჩქარის მიმართულება:

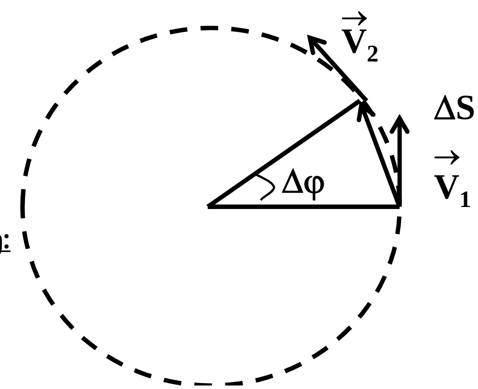
$|V_1| = |V_2|$

<u>წირითი სიჩქარე:</u>

$V = \Delta S / \Delta t$

<u>კუთხური სიჩქარე:</u>

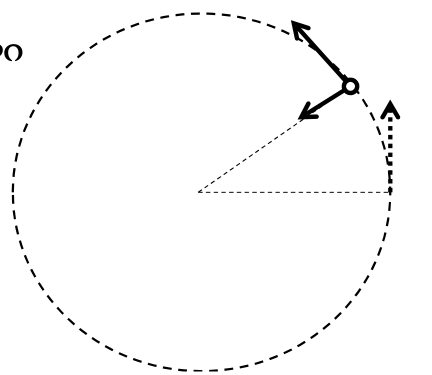
$\omega = \Delta\varphi / \Delta t$



ცენტრისკენული აჩქარება

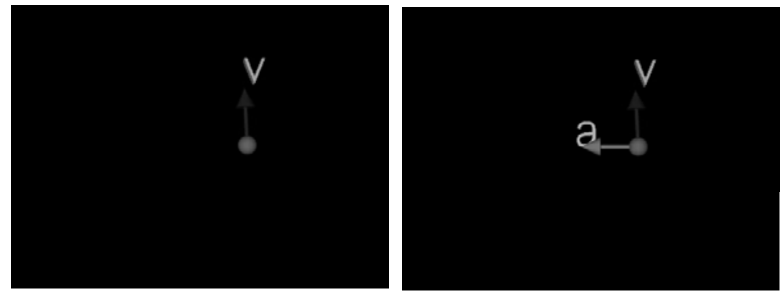
$$\vec{a} = \Delta\vec{\mathbf{V}} / \Delta t = (\vec{V}_2 - \vec{V}_1) / \Delta t = (\vec{V}_2 + (-\vec{V}_1)) / \Delta t$$

თანაბარ-წრიული მოძრაობისას აჩქარება მიმართულია ცენტრისაკენ



თანაბარ-წრიული მოძრაობა

სიჩქარე და აჩქარება მრუდწირული მოძრაობისას

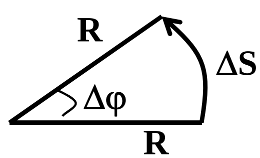


თანაბარ-წრიული მოძრაობა

წირით და კუთხურ სიჩქარეებს შორის კავშირი

$\Delta S = R\,\Delta\varphi$

$V = \Delta S / \Delta t = R\,\Delta\varphi / \Delta t$

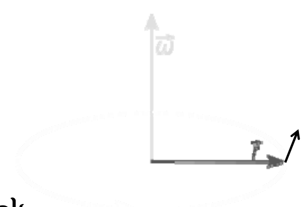


$$\boxed{V = \omega\,\mathbf{R}}$$

თანაბარ-წრიული მოძრაობა

წირით და კუთხურ სიჩქარეებს შორის კავშირი

$$\vec{V} = \vec{\omega} \times \vec{\mathbf{r}}$$



ბრუნვის კუთხური სიჩქარის ვექტორი მიმართულია ბრუნვის სიბრტყის პერპენდიკულარულად

$$\vec{\omega} = [\, \vec{\mathbf{r}} \times \vec{V} \,] / |\mathbf{r}|^2$$

თანაბარ-წრიული მოძრაობა

კუთხური სიჩქარე და ბრუნვის პერიოდი:

$\omega = \Delta\varphi / \Delta t$ $\qquad$ $\vec{\omega} = d\varphi / dt\ \vec{k}$

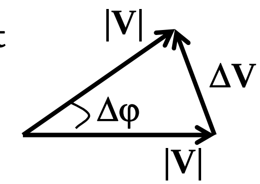
$\Delta t = T$ - ბრუნვის პერიოდი

$\Delta\varphi = 2\pi$ - მობრუნების კუთხე ერთი პერიოდის განმავლობაში (360 გრადუსი)

$$\boxed{\omega = 2\pi / T = 2\pi\, \nu}$$

თანაბარ-წრიული მოძრაობა

აჩქარება: $\qquad a = \Delta V / \Delta t$



$\Delta V = V\, \Delta\varphi$

$a = V\, \Delta\varphi / \Delta t = V\, \omega$ $\qquad$ $(V = \omega\, \mathbf{R})$

$$\boxed{\begin{array}{c} a = V^2 / R \\ a = \omega^2 R \end{array}}$$

თანაბარ-წრიული მოძრაობა

შეჯამება

წრიული სიჩქარე: $\qquad V = \Delta S / \Delta t$ $\qquad$ (მ/წმ)

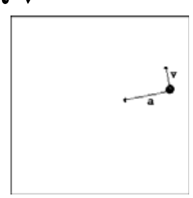
კუთხური სიჩქარე: $\qquad \omega = \Delta\varphi / \Delta t$ $\qquad$ (1/წმ=ჰც)

$V = \omega\, \mathbf{R}$

სიხშირე და პერიოდი: $\qquad \omega = 2\pi / T = 2\pi\, \nu$

აჩქარება: $\qquad a = \omega^2 R$

$a = V^2 / R$



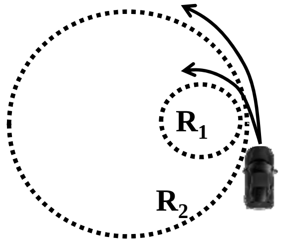
ამოცანა #1

სპორტულ მანქანას შეუძლია მოსახვევში იმოძრაოს მაქსიმუმ 0.96 g აჩქარებით ისე რომ არ მოცურდეს ტრასის ზედაპირიდან. მანქანა მოძრაობს 40 მ/წმ სიჩქარით. მინიმუმ რა რადიუსის მოსახვევში შეძლებს სპორტული მანქანა მოხვევას მოცურების გარეშე?

აჩქარება: $\qquad a = 0.96\, g = 0.96\ 9.8$ მ/წმ^2 $= 9.4$ მ/წმ^2

წრიული სიჩქარე: $\qquad V = 40$ მ/წმ

ამოცანა #1



მოხვევის რადიუსი: R

$a = V^2 / R$

$$9.4 \text{ მ/წმ}^2 = (40 \text{ მ/წმ})^2 / R$$

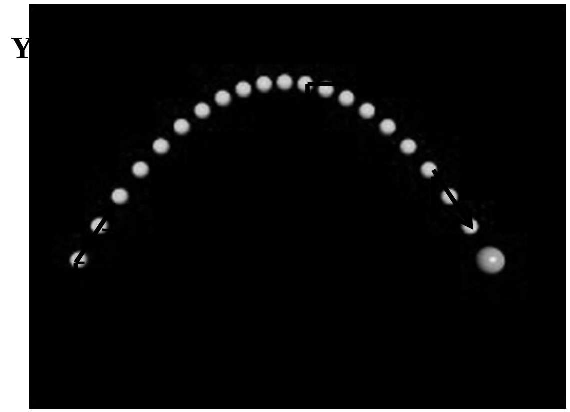
$$R = (40^2 / 9.4) \text{ მ} = \underline{170 \text{ მ}}$$

a ~ 1/R :

თუ **R** < **170 მ** , **a** > 9.4 მ/წმ^2 : *მანქანა მოცურდება*

ჰორიზონტისადმი კუთხით გასროლილი სხეულის მოძრაობა

მოძრაობა მუდმივი აჩქარებით: g



2-განზომილებიანი მოძრაობის ანალიზი

მოძრაობის კინემატიკის გათვლა გეგმილების მიხედვით: X, Y

X გეგმილი:

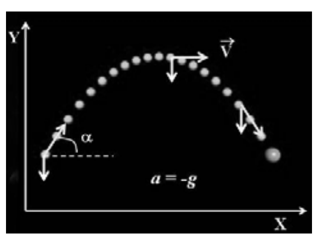
საწყისი სიჩქარე: $V_x = V \cos \alpha$

აჩქარება: $a_x = 0$

Y გეგმილი:

საწყისი სიჩქარე: $V_y = V \sin \alpha$

აჩქარება: $a_y = -g$



2-განზომილებიანი მოძრაობის ანალიზი

<u>Y ღერძი:</u>

$$(0 - V_y) = - g\, T_1$$

ბურთის მოძრაობა ზევით: $T_1 = V_y/g$

ბურთის მოძრაობა ქვევით: $T_2 = T_1$

ბურთის ფრენის დრო: $T = 2T_1$

$$T = 2\, V \sin \alpha / g$$

2-განზომილებიანი მოძრაობის ანალიზი

<u>X ღერძი:</u>

ფრენის მანძილი: $L = V_x T$

$$L = (V \cos\alpha)(2 V \sin\alpha / g)$$
$$L = 2 V^2 \sin\alpha \cos\alpha / g$$

$$\boxed{L = V^2 (\sin 2\alpha) / g}$$

ფრენის მანძილი დამოკიდებულია საწყის სიჩქარეზე, გასროლის კუთხესა და თავისუფალი ვარდნის აჩქარებაზე

სხვადასხვა კუთხით გასროლილი ბურთულა

სხვადასხვა კუთხით გასროლილი ბურთულა

რა კუთხით უნდა გავისროლოთ ბურთულა რომ მან იფრინოს მაქსიმალური მანძილი?

$$L = V^2 (\sin 2\alpha) / g$$

sin 2a - მაქსიმუმალური მნიშვნელობაა 1,

როდესაც 2a = p/2 (90°)

$$\boxed{\begin{array}{l} \alpha_{\mathbf{max}} = \pi/4 \quad (45°) \\ L_{\mathbf{max}} = V^2 / g \end{array}}$$

მოძრაობის ტრაექტორია

<u>X ღერძი:</u>

$$x = x_0 + V_x t = x_0 + V \cos(\alpha) t$$

<u>Y ღერძი:</u>

$$y = x_0 + V_y t - g t^2/2 = y_0 + V \sin(\alpha) t - g t^2/2$$

სიმარტივისთვის გასროლის წერტილი ავირჩიოთ კოორდინატთა სათავეთ:

$$x_0 = 0, y_0 = 0,$$

გამოვსახოთ X გეგმილიდან: $t = x / (V \cos\alpha)$

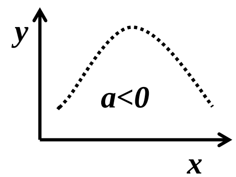
მოძრაობის ტრაექტორია

ჩავსვათ Y გეგმილში:

$$y = V\sin(\alpha)\,(x/(V\cos\alpha)) - g\,(x/(V\cos\alpha))^2/2$$

მოძრაობის ტრაექტორია - პარაბოლა

$$\boxed{y = a\,x^2 + b\,x}$$



$a = -g/(2V^2(\cos\alpha)^2)$

$b = \tan(\alpha)$

მოძრაობის ტრაექტორია

$$\vec{a} = \Delta(\Delta\vec{r}/\Delta t)/\Delta t = \Delta(\Delta\vec{r})/(\Delta t)^2$$

გეგმილებში:

$a_x = 0$

$a_y = -g$

$V_x = c1$

$V_y = -g\,t + c_2$

$x(t) = c_1\,t + c_3$

$y(t) = -g\,t^2 + c_2\,t + c_4$ $\quad c_1, c_2, c_3, c_4 = \text{constant}$

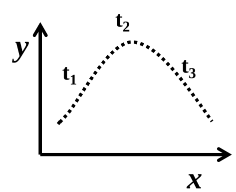
მოძრაობის ტრაექტორია

<u>საწყისი პირობების ამოცანა</u>

საწყისი კოორდინატი: $x(0), y(0)$

საწყისი სიჩქარე: $Vx(0), Vy(0)$

ოთხი უცნობი: c_1, c_2, c_3, c_4



$c_3 = x(0)$, $\quad c_4 = y(0)$

$c_1 = Vx(0)$, $\quad c_2 = Vy(0)$

ტრაექტორიის პარამეტრული განტოლება

$x = x(t)$, $y = y(t)$

ტრაექტორიის წირითი განტოლება: $y = y(x)$

მოძრაობის ტრაექტორია

<u>სასაზღვრო პირობების ამოცანა</u>

მარცხენა საზღვარი: $x_1(0), y_1(0)$

მარჯვენა საზღვარი: $x_2(0), y_2(0)$

ოთხი უცნობი: c_1, c_2, c_3, c_4

ამოცანა: *გამოსახეთ მუდმივები* c_1, c_2, c_3, c_4 *სასაზღვრო პირობებით* x_1, y_1, x_2, y_2

პარაბოლური ტრაექტორიები

გამდნარი მეტალის წვეთები:

სხვადასხვა საწყისი სიჩქარე და დახრის კუთხე

სხვადასხვა კონფიგურაციის პარაბოლები

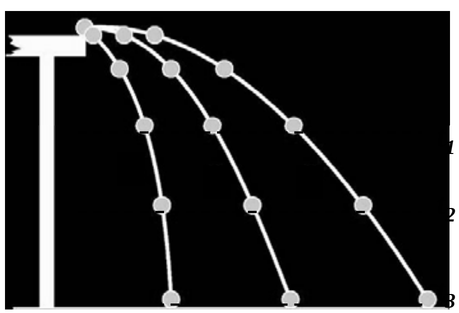
ფეხბურთის ბურთის ტრაექტორია

ვარდნა სხვადასხვა ჰორიზონტული სიჩქარით

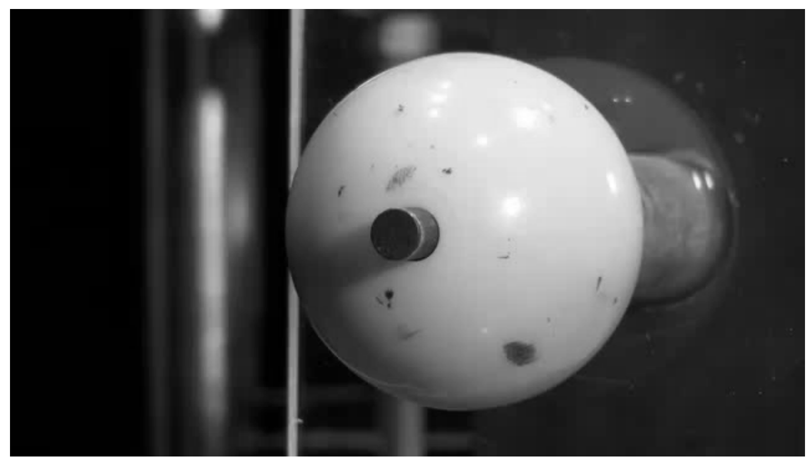
Y-გეგმილი აჩქარება: $-g$

საწყისი სიჩქარე: $V_y = V \sin(0) = 0$

ვარდნის დრო არ არის დამოკიდევული საწყის ჰორიზონტალურ სიჩქარეზე



ბურთულების ვარდნა



ამოცანა # 2

ზოოპარკიდან გამოპარული მაიმუნი ჩამოკიდებულია ხის ტოტზე. მის დასაჭერად ზოოპარკის ზედამხედველი მაიმუნს ხეზე ესვრის ტრანკვილიზატორს.

გასროლისთანავე მაიმუნი წყდება ხეს და ცდილობს მიწაზე ჩამოხტომას.

როგორ უნდა დაუმიზნოს ზედამხედველმა მაიმუნს რომ მოარტყას ისარი?

ამოცანა # 2

გასროლა და მაიმუნის ვარდნის დაწყება ერთდროულია: $t_0 = 0$

$\Delta h_1 = -g\ \Delta t^2 / 2$

$\Delta h_2 = -g\ \Delta t^2 / 2$

$\Delta h_1 = \Delta h_2$

მაიმუნს ისარი მოხვდება ყოველთვის, თუკი დამიზნება მოხდება პირდაპირი ხედვის ხაზზე

მრუდწირული მოძრაობა

მოძრაობა ორ ან მეტ განზომილებაში

რადიუს ვექტორი

აჩქარების პარალელური და პერპენდიკულარული კომპონენტები

თანაბარი წრიული მოძრაობა

ჰორიზონტისადმი კუთხით გასროლილი სხეულის მოძრაობა

www.tevza.org/home/course/phys2014